

2021年度 ミクロ経済学中級Ib 第1回演習

Takako Fujiwara-Greve

- 院生の方は採点して成績に入れます。学部生の方は出席点としますが白紙同然のものは提出したとはみなされません。

1. 日吉でよく図解されていた「原点に対して凸」な無差別曲線は以下のように定義できる。

定義：凸集合 X 上に定義された効用関数 $u: X \rightarrow \mathbb{R}$ を持つ消費者を考える。この消費者の無差別曲線群が原点に対して強く凸であるとは、任意の異なる¹消費ベクトル $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}' \in X$ について

$$u(\mathbf{x}) = u(\mathbf{x}') \Rightarrow u(\alpha\mathbf{x} + (1-\alpha)\mathbf{x}') > u(\mathbf{x}), \quad \forall \alpha \in (0, 1)$$

である。

凸集合 X 上に定義された効用関数が quasi-concave である消費者の無差別曲線群は原点に対して強く凸であるか？そうであるなら証明しなさい。そうでないなら反例をあげなさい。

2. 2財の経済を考える。消費ベクトル $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}_+^2$ を考え、ある価格ベクトル $\mathbf{p}^* \neq 0$ とある実数 d について $\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{x}^0 < d$ であったとする。

ここで

どんなに小さい $\epsilon > 0$ についても、以下の性質を持つ消費ベクトル $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^2$ が存在する。

(1) \mathbf{x}^0 との距離が ϵ 未満、すなわち $|\mathbf{x} - \mathbf{x}^0| < \epsilon$

(2) かつ $\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{x} \geq d$

という主張も成立するとすると、矛盾であることを証明しなさい。²

(ヒント：ある $\epsilon > 0$ が存在して、どんな $|\mathbf{x} - \mathbf{x}^0| < \epsilon$ をとってきても $\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{x} \geq d$ にならない、を示せばよい。)

¹ 出題時にはこの点が明記されていなかったのですが、その理由で正しい答えが書けなかったと思われる答えは考慮します。

² 2つの2次元ベクトル $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ と $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0)$ の間の距離の定義はなんでもよいが、具体的にしたい人は $|\mathbf{x} - \mathbf{x}^0| = \sqrt{(x_1 - x_1^0)^2 + (x_2 - x_2^0)^2}$ としてよい。