2020 年度　ミクロ経済学中級 Ib 期末試験（90 分, オンライン）

Takako Fujiwara-Greve

1. ２集団 G_1, G_2 の間の１対１マッチング問題を考える。$G_1 = \{a, b, c\}$、$G_2 = \{A, B, C\}$ とし、相手の集団に対する強い（無差別のない）選好順序は以下の表のようであるとする。(Gale-Shapley 論文の書き方と同じになっていて、例えば $A \succ_a B \succ_a C$、$b \succ_A a \succ_A c$ である。)

	A	B	C
a	1, 2	2, 2	3, 1
b	3, 1	1, 3	2, 2
c	2, 3	3, 1	1, 3

G_1 の全員が最初に自分の選好で２位の人にプロポーズに行き、その後は (G_1-propose の）DA アルゴリズムに従うという、新しいアルゴリズムを考える。（つまり最初のステップの G_2 の受け入れのところからはプロポーズしてきた中から最も好きな人だけをキープして却下、そのあとは G_1 の人はこれまで却下されていない内で最も好きな人にプロポーズ。。。となる。終了要件は、「G_2 の人全員がプロポーズを受けたとき」である。）

(a) このアルゴリズムに従ったときの最終的な assignment を求めなさい。その assignment は安定か？理由をつけて答えなさい。

(b) G_1 の中の a さんだけがこのアルゴリズムから逸脱して第１位の人に最初にプロポーズし（他の２人は第２位の人に最初にプロポーズする)、その後は (G_1-propose の）DA アルゴリズムに従うとすると、どのような assignment になるか？その assignment は安定か？理由をつけて答えなさい。

2. 社会における個人の集合を $N = \{1, 2, \ldots, n\}$、選択肢の集合を A とする。簡単化のため、全ての $i \in N$ は A 上に強い選好順序 $\succ_i$ を持っているとする。選択肢の任意の順序対 $(x, y) \in A \times A$（つまり、(x, y) と (y, x) は異なるとみなす）について、x と y の間の単純多数決で x の方に投票する人たちの集合を

$$N(x, y) := \{i \in N \mid x \succ_i y\}$$

とする。このとき、以下の２つの概念を定義する。

定義：ある選択肢 $x \in A$ が Condorcet winner（コンドルセ勝者） であるとは、他の全ての選択肢に対して単純多数決で勝つこと、すなわち

$$\forall y \in A \setminus \{x\},\ |N(x, y)| > |N(y, x)|.$$

定義：ある選択肢 $x \in A$ が Condorcet loser （コンドルセ敗者）であるとは、他の全ての選択肢に対して単純多数決で負けること、すなわち

$$\forall y \in A \setminus \{x\},\ |N(x, y)| < |N(y, x)|.$$

社会的選択肢の集合を $A = \{d, e, f\}$ とし、n が奇数であるとする。（全ての個人は A 上に強い選好順序を持っていることも仮定している。）このとき、Condorcet loser が存在するなら Condorcet winner が存在することを証明しなさい。（難しかったら $n = 3$ でやってよい。）

(次ページに続く。)

3. あなたの学籍番号の下一桁（最後の数字）を k とする。

(例、学籍番号 21001234 の慶應太郎君は $k = 4$ である。)

２人純粋交換経済（消費者の名前は 1，２）を考える。財の数は $L = 2$ であるとする。消費者の初期保有ベクトルを $\boldsymbol{\omega}^1 = (10, 10), \boldsymbol{\omega}^2 = (k+1, k+1)$ とする。各消費者 $i = 1, 2$ の効用関数は第 1 財を x_1^i 単位、第 2 財を x_2^i 単位消費したときに、

$$u_i(x_1^i, x_2^i) = x_1^i \times x_2^i$$

であるとする。

交換経済を譲渡不可能効用の提携形ゲームとみなし、特性関数を、任意の非空な $S \subset \{1, 2\}$ について

$$V(S) = \left\{ \{\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2\} \mid \sum_{i \in S} \mathbf{x}^i = \sum_{i \in S} \boldsymbol{\omega}^i, \quad \mathbf{x}^n = \boldsymbol{\omega}^n, \ \forall n \notin S \right\}$$

とする。（ここで、$\mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i)$ である。）このとき、以下の問いに答えなさい。

図についてはフリーハンドで紙に描いてスキャン、数学ソフトや Word の描画機能で描いて Word や LaTex ファイルに入れ込む、などどんな方法でもよいが、問題の条件を正しく反映していることがわかるようにすること。図だけ別ページにしてもよいが、４枚以内という制限内で答案全体が 1 つの PDF ファイルになるようにすること。

(a) （配点なし）確認のためあなたの k を書きなさい。以下ではその数字を使用して答えること（つまり解答には k は登場しない。）

(b) 左下を消費者 1 の原点、右上を消費者 2 の原点としたエッジワースのボックス図をできる限り正確に描きなさい。特に、縦横の長さ、ボックス上での初期保有ベクトルの組み合わせ $(\boldsymbol{\omega}^1, \boldsymbol{\omega}^2)$ の位置を明記しなさい。

(c) コアのだいたいの形を、２人の無差別曲線との関係を明示して (b) の図にわかるように描き入れなさい。

(d) (c) の集合がどうしてコアと言えるかを、定義を使ってできる限り厳密に証明しなさい。

(e) この経済の競争配分をできる限り全て求めなさい。つまり、他にはない、ということも言えるとベスト。

(以上)