

## 2020年度 ミクロ経済学中級Ib 第3回演習

Takako Fujiwara-Greve

1. ascending (clock) auction として、時計のような機械が価格  $p$  を 0 から誰も買わないような非常に高額の数値  $P$  まで連続的に釣り上げていくものを考える。財は 1 つである。入札者は  $p = 0$  のときは「Stay」している状態から始め、好きな時にボタンを押してオークションから「Dropout」できる（そのときは支払い金額は 0 で財も得られない）が、ボタンを押さずに残っていて、最後の一人になったらその時点での価格でその財を購入するという第 1 価格オークションとする。（同じ瞬間にその直前まで残っていた全員が Dropout になる、という場合だけ、「最後まで残っていた人々」でくじを引き、等確率で Dropout した時点の価格でその財を購入するとする。）

各入札者  $i = 1, 2, \dots, n$  はこの財を  $p$  円で買うと  $v_i - p$  という効用を得（ $0 < v_i < P$  for all  $i = 1, 2, \dots, n$  とする）、買わないときは 0 の効用とする。これは展開形ゲームであり、事前に各入札者  $i$  が選べる（純）戦略は、以下のような形をしている。（ボタンを押すときの価格である  $b_i$  は 0 から  $P$  の任意の実数から選べるとする。）

$$s_i(b_i) = \begin{cases} \text{Dropout} & \text{if } p \geq b_i \\ \text{Stay} & \text{if } p < b_i \end{cases}$$

このとき、各入札者が真実の valuation である  $v_i$  を  $b_i$  とするという戦略は弱い意味で支配戦略である（すなわち、 $i$  さんの任意の他の戦略と比べて、他人がどんな戦略を取っていても利得は低くない）ことを証明しなさい。

（このメカニズムは全員が真実の valuation を「表明」するので strategy proof であると言える。授業中に「第 1 価格なら嘘をつく」と言ったのは封印入札のこと。）

2. ゲーム（あるいはオークション）において、参加者  $i$  の（純）戦略  $s_i$  が obviously dominant であるとは、 $i$  さんのその他の任意の戦略  $s'_i$  と比べて、 $s_i$  と  $s'_i$  が異なる行動を設定する最初の情報集合（意思決定をする場面）において、 $s'_i$  に変更したときの最高の帰結より  $s_i$  に従ったときの最悪の帰結の方が悪くないときである。
  - (a) 問い 1 の 1st price ascending (clock) auction における真実の valuation を使った戦略  $s_i(v_i)$  は obviously dominant であることをなるべく厳密に説明しなさい。（入札者はお互いに全員の valuation を知っているとしてよい。つまり完備情報。）
  - (b) これに対し、封印第 2 価格オークションにおいて真実の  $v_i$  を付け値にすることは obviously dominant ではない。このことをなるべく厳密に説明しなさい。