

# 2012年度 ミクロ経済学中級Ib 第1回演習解答

グレーヴァ香子担当クラス

1.  $\Delta^{L-1}$  から任意のベクトル  $\mathbf{p}, \mathbf{p}'$  を取り、任意の実数  $0 \leq \alpha \leq 1$  をとる。凸結合  $\alpha\mathbf{p} + (1-\alpha)\mathbf{p}'$  を考えると、各座標は  $\alpha p_j + (1-\alpha)p'_j$  という形になっているので、 $p_j, p'_j$  ともに非負であるから凸結合も非負である。次に、各座標を足し合わせると

$$\sum_{j=1}^L \alpha p_j + (1-\alpha)p'_j = \alpha \sum_{j=1}^L p_j + (1-\alpha) \sum_{j=1}^L p'_j = \alpha + (1-\alpha) = 1$$

となり、 $\Delta^{L-1}$  の条件を満たす。ゆえに  $\alpha\mathbf{p} + (1-\alpha)\mathbf{p}' \in \Delta^{L-1}$ 。

( $\Delta^{L-1}$  のコンパクト性： $\mathbb{R}^L$  内の集合なので有界、閉集合であることを示せばよい。有界は明らかなので、内部から収束点列を取ると、収束先でも和が1という等号は成立するので、収束先も  $\Delta^{L-1}$  に入っている。)

2. 予算が余っていたら、全ての財が分割可能なので、予算内でちよつとずつ買い増せる。このとき単調性により効用が高まるので矛盾。
3. 2より、価格ベクトル  $\mathbf{p}$  の下で効用を最大にしていると、各消費者は予算を使い切る。  
ゆえに、全ての  $i = 1, 2, \dots, N$  について

$$p_1 x_1^{*i}(\mathbf{p}) + \dots + p_L x_L^{*i}(\mathbf{p}) = p_1 \omega_1^i + \dots + p_L \omega_L^i$$

これをすべての消費者について足し合わせれば

$$p_1 \sum_{i=1}^N x_1^{*i}(\mathbf{p}) + \dots + p_L \sum_{i=1}^N x_L^{*i}(\mathbf{p}) = p_1 \sum_{i=1}^N \omega_1^i + \dots + p_L \sum_{i=1}^N \omega_L^i$$

右辺を移項して

$$p_1 z_1(\mathbf{p}) + \dots + p_L z_L(\mathbf{p}) = 0$$

(生産が入っても、所得に利潤からの所得が追加されるだけなので、同じ議論でできる。)