

2012年度 ミクロ経済学中級Ib第1回演習(自宅学習用)

グレーヴァ香子担当クラス

院生の方はレポートとして、次回の講義の最初に提出して下さい。採点して成績に加味します。

定義 (凸集合) : ある集合 $A \subset \mathbb{R}^L$ が凸集合 (convex set) であるとは

A の任意の要素 $\mathbf{a}, \mathbf{a}' \in A$ と任意の実数 $\alpha \in [0, 1]$ について、凸結合 $\alpha \mathbf{a} + (1 - \alpha) \mathbf{a}'$ が A に属することである。

定義 (効用関数の単調性) : 消費者 i の効用関数 u_i が単調 (monotone) であるとは、全ての財の消費量が増えたとき、効用が上がることである : つまり、消費ベクトル \mathbf{x} と \mathbf{x}' がベクトルの意味で (各座標が厳密に後者が大きい) $\mathbf{x} < \mathbf{x}'$ であるならば $u_i(\mathbf{x}) < u_i(\mathbf{x}')$ が成立する。

1. ($L - 1$ 次元) 単体 : $\Delta^{L-1} := \{\mathbf{p} \in \mathbb{R}_+^L \mid \sum_j p_j = 1\}$ は凸集合であることを証明しなさい。

(余裕がある人は Δ^{L-1} がコンパクト集合であることも証明しなさい。でも、これはやらなくてもよい。)

2. すべての財は分割可能 (実数の量が選べる) で、消費者 i の効用関数が単調であるとき、この消費者の需要ベクトルは予算制約を使い切る (効用を最大化している消費ベクトルにおいて予算制約が等号で満たされる) ことを証明しなさい。(ヒント : 背理法を使うと楽。)

3. 純粋交換経済において、全ての消費者の効用関数が単調であるとき、以下のワルラス法則が成立することを証明しなさい。

価格ベクトル $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_L)$ における財 j の超過需要関数を $z_j(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^N x_j^{*i}(\mathbf{p}) - \sum_{i=1}^N \omega_j^i$ (ただし $x_j^{*i}(\mathbf{p})$ は消費者 i の財 j の需要量、つまり \mathbf{p} の下で i の効用を最大にしているときの j 財の量) とするとき、

$$p_1 \cdot z_1(\mathbf{p}) + p_2 \cdot z_2(\mathbf{p}) + \dots + p_L \cdot z_L(\mathbf{p}) = 0.$$

(ヒント : 2を使う。)