2017年度　ミクロ経済学中級Ib 第1回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. （数学的な問題ではあるが、凸集合や開集合の意味をよく理解するためのものである。）

   １次元の例：半開区間　$A = (0, 1]$ は凸集合だが、$\mathbb{R}$ 空間において、閉でも開でもない。

   凸である証明：任意の $x, y \in A$ と任意の $\alpha \in [0, 1]$ をとる。

   x, y ともに正の実数なので、αx または $(1-\alpha)y$ のうちどちらかは正で、もう一つは非負である。（$\alpha = 0, 1$ が含まれているのでここに注意。任意の $\alpha \in [0, 1]$ について、「$\alpha x > 0$ かつ $(1-\alpha)y > 0$」であるとは言えない。）したがって足したもの $\alpha x + (1-\alpha)y$ は正の実数である。

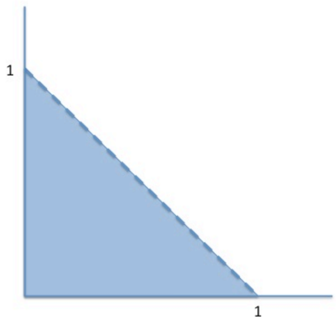
   x, y ともに1以下なので $\alpha x \leqq 1$ かつ $(1-\alpha)y \leqq 1$ が成立し、$\alpha x + (1-\alpha)y \leqq 1$ である。（こっちは簡単。）ゆえに $\alpha x + (1-\alpha)y \in A$ となり、A は凸である。 □

   A は開集合でない証明：$z = 1$ という実数は A に含まれているが、その周りにどんなに小さい $\epsilon > 0$ で半径をとっても、z を中心とした半径 ϵ の球（$\mathbb{R}$ 空間においては開区間）は1より大きい実数を含む、すなわち A の外の点を含んでしまう。 □

   A は閉集合でない証明：$\mathbb{R}$ 空間における A の補集合は $A^c = (-\infty, 0] \cup (1, +\infty)$。これが開集合でないことを示す。

   $z = 0$ という実数は A^c に含まれているが、その周りにどんなに小さい $\epsilon > 0$ で半径をとっても、z を中心とした半径 ϵ の球は正で１未満の実数を含む、すなわち A^c の外の点を含んでしまう。 □

   ２次元の例：$A = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1, x_2 \geqq 0, x_1 + x_2 < 1\}$ など。これもふちが入っている部分とそうでない部分があるから上と同様な議論ができる。



2. （この問題は消費者理論をよく理解するためにある。）

   証明：もし $\mathbf{p}^*\hat{\mathbf{x}}^i < \mathbf{p}^*\mathbf{x}^{*i}$ だったら、局所非飽和より $\hat{\mathbf{x}}^i$ の近傍で、予算内でかつ効用を高める消費ベクトルが存在する。