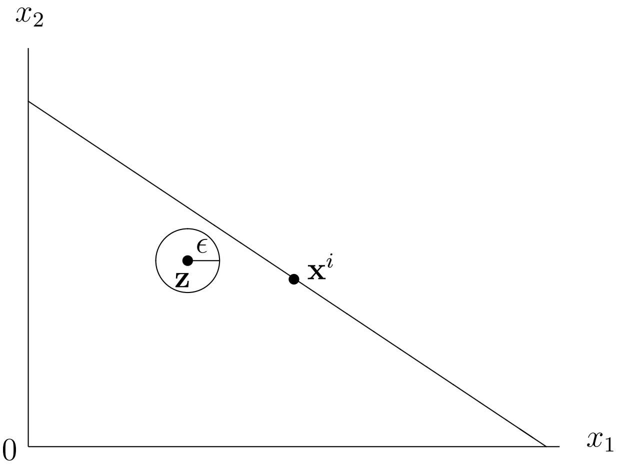
2016年度　ミクロ経済学中級Ib期末試験解答

グレーヴァ香子担当クラス

1. 証明：背理法の仮定として、ある $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^L_+$ について、$u_i(\mathbf{z}) \geqq u_i(\mathbf{x}^i)$ かつ $\mathbf{p}\cdot\mathbf{z} < \mathbf{p}\cdot\mathbf{x}^i$ であったとする。

   十分小さい $\epsilon > 0$ を考えれば、$\mathbf{z}$ の回りの半径 ϵ の開球は「予算」を $\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}^i$ とした予算集合内に収まる。



   つまり上の図の円（３次元以上なら球）のようなものが存在して、その中の全てのベクトルの購入金額は $\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}^i$ 円以下とできて、もちろん $\mathbf{x}^i$ の定義より、予算 $\mathbf{p}\cdot\boldsymbol{\omega}^i$ 内に収まる。[1]

   局所非飽和性は、$\mathbf{z}$ の回りの<u>任意の</u>開球内に厳密に効用が高まるベクトルがあるということだから、特にこの開球の中にも $\mathbf{z}$ より厳密に効用の高いベクトル $\hat{\mathbf{z}}$ が存在する。即ち、$\mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{z}} \leqq \mathbf{p}\cdot\mathbf{x}^i$ を満たす $\hat{\mathbf{z}}$ が存在して

$$u_i(\hat{\mathbf{z}}) > u_i(\mathbf{z}) \geqq u_i(\mathbf{x}^i).$$

   $\mathbf{x}^i$ の定義より $\mathbf{p}\cdot\hat{\mathbf{z}} \leqq \mathbf{p}\cdot\mathbf{x}^i \leqq \mathbf{p}\cdot\boldsymbol{\omega}^i$ であるから、$\hat{\mathbf{z}}$ は i さんの本当の予算内で、かつ $\mathbf{x}^i$ より厳密に効用が高い。これは $\mathbf{x}^i$ が予算制約下で効用を最大にしていることに矛盾する。 □

   > 局所非飽和性を理解していない人が多すぎます。単調性は局所非飽和性より強い条件（単調ならば局所非飽和性が満たされるが逆は必ずしも言えない）ですから使ってはいけません。選好の凸性も関係ありません。

2. まず、(b, B) というペアがある assignment は安定ではない。なぜなら、$(\emptyset, B)$ というペア（！）が存在して、(b, B) ペアより B さんの選好順位が高まるからである。これは授業で説明した。

   従って安定な assignment の候補は (a, B) ペアを含むもの、または $(\emptyset, B)$ ペアを含むものということになる。

   Case 1: (a, B) ペアを含むもの

   $[(a, B), (b, A)]$: 安定。集団２の人たちが最も好む相手と組んでいるから。

   $[(a, B), (b, \emptyset), (\emptyset, A)]$: 不安定。 b と A が組んで選好順序がお互いに高まる。

   Case 2: $(\emptyset, B)$ を含むもの

[1] 局所非飽和から、実は効用最大化のベクトル $\mathbf{x}^i$ は予算制約を等式で満たす、つまり $\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}^i = \mathbf{p}\cdot\boldsymbol{\omega}^i$ が成立するが、これは別に証明しなくてもこの問題の証明はできる。

さらに (a, A) を含むもの：b さんが $\emptyset$ と組むことになるが、b と A が組むと選好順序がお互いに高まるので不安定。

(b, A) を含むもの：a さんが $\emptyset$ と組むことになるが、a と B が組むと選好順序がお互いに高まるので不安定。

全員が一人：a と A とかが組めば選好順序がお互いに高まるので不安定。

まとめると、ただ一つの安定な assignment があって、$[(a, B), (b, A)]$ である。

3. 証明：対偶を示す。独裁者がいるとすると、ある n 番目の個人が存在して、任意の選好の組み合わせ $\succ = (\succ_1, \ldots, \succ_n, \ldots, \succ_N)$ と任意の $x \in A$ について、n 番目の個人が x を最も好むなら、$f(\succ) = x$ となる。

   ここで、以下のような $\succ' = (\succ'_1, \ldots, \succ'_n, \ldots, \succ'_N) \in \mathcal{L}^N$ と個人番号の並べ替え $\pi : \{1, \ldots, N\} \to \{1, \ldots, N\}$ が存在する。

   n 番目の個人はある x を最も好み、$x \succ'_n y$ for all $y \neq x$、

   $\pi(n) \neq n$ であり、$\pi(n)$ 番目の個人は x と異なる $z \neq x$ を最も好む、つまり $z \succ'_{\pi(n)} y$ for all $y \neq z$（A は 2 個以上の要素があるので可能）。

   すると $(\succ'_1, \ldots, \succ'_n, \ldots, \succ'_N)$ という選好の組み合わせにおいては n さんが独裁者なので

   $f(\succ'_1, \ldots, \succ'_n, \ldots, \succ'_N) = x$ だが、

   番号を並べ替えた $(\succ'_{\pi(1)}, \ldots, \succ'_{\pi(n)}, \ldots, \succ'_{\pi(N)})$ においては n 番目は $\pi(n)$ さんで、この人が独裁者なので

   $f(\succ'_{\pi(1)}, \ldots, \succ'_{\pi(n)}, \ldots, \succ'_{\pi(N)}) = z \neq x$ となり、匿名性に矛盾する。 $\square$

> 社会的選択関数の独裁者と、社会的厚生関数の独裁者の定義を混同している人がけっこういます。きちんと定義を理解してから試験に来なくてはなりません。