

# 2016年度 ミクロ経済学中級 Ib 第2回演習解答

グレーヴァ香子担当クラス

1.  $N = 3$ ,  $A = \{a, b, c\}$  として、3人の(無差別のない)線形順序が

$$\succ_1: a, b, c$$

$$\succ_2: b, c, a$$

$$\succ_3: c, a, b$$

であるとする。(左から最も好む選択肢、2番目、3番目。)

Case a:  $\mathcal{F}(\succ_1, \succ_2, \succ_3) = a$  だとする。

$\pi' : A \rightarrow A$  として  $\pi'(a) = b, \pi'(b) = c, \pi'(c) = a$  という並べ替えをとる。すると、

$$(\pi'(\succ_1), \pi'(\succ_2), \pi'(\succ_3)) = (\succ_2, \succ_3, \succ_1)$$

であるから

$$\mathcal{F}(\pi'(\succ_1), \pi'(\succ_2), \pi'(\succ_3)) = \mathcal{F}(\succ_2, \succ_3, \succ_1) \quad (1)$$

でなければならない。匿名性から

$$\mathcal{F}(\succ_1, \succ_2, \succ_3) = a = \mathcal{F}(\succ_2, \succ_3, \succ_1)$$

これと中立性から

$$\mathcal{F}(\pi'(\succ_1), \pi'(\succ_2), \pi'(\succ_3)) = \pi'(\mathcal{F}(\succ_1, \succ_2, \succ_3)) = \pi'(a) = b$$

となるので、(1)に矛盾。

Case b:  $\mathcal{F}(\succ_1, \succ_2, \succ_3) = b$  だとする。

上と同じ  $\pi'$  を使って、匿名性から

$$\mathcal{F}(\succ_1, \succ_2, \succ_3) = b = \mathcal{F}(\succ_2, \succ_3, \succ_1)$$

中立性に代入して

$$\mathcal{F}(\pi'(\succ_1), \pi'(\succ_2), \pi'(\succ_3)) = \pi'(\mathcal{F}(\succ_1, \succ_2, \succ_3)) = \pi'(b) = c$$

となるので、(1)に矛盾。

Case c:  $\mathcal{F}(\succ_1, \succ_2, \succ_3) = c$  も同様に矛盾が生じる。

以上から、あらゆる場合において矛盾となり、一価で匿名性と中立性を満たす  $\mathcal{F}$  は存在しない。  $\square$

2. 匿名性： $\mathcal{F}^M$  の定義は人数しか使っていないので匿名性が満たされる。

中立性：選択肢の名前を  $\pi'$  で並べかえたとする

$n(a; \succ) \geq n(b; \succ) \iff n(\pi'(a); \pi'(\succ)) \geq n(\pi'(b); \pi'(\succ))$  である。(ここで記号の簡単化のため  $\pi'(\succ) = (\pi'(\succ_1), \dots, \pi'(\succ_N))$  とする。) したがって、 $\mathcal{F}^M(\pi'(\succ))$  で選ばれるのは  $\succ$  で最多得票を得た選択肢を  $\pi'$  で名前を変えたものと一致する。

正の反応性：前件を満たす  $\succ$  と  $\succ'$  を考える。

$x \in \mathcal{F}^M(\succ)$  とすると  $n(x; \succ) \geq n(y; \succ)$  for all  $y \in A$  である。

$\{i \in \{1, 2, \dots, N\} \mid x \succ_i y\} \subsetneq \{i \in \{1, 2, \dots, N\} \mid x \succ'_i y\}$  for all  $y \in A \setminus \{x\}$  であるから、 $\succ'$  の選好の組み合わせにおいて  $x$  をトップにしている人数が厳密に増えているが、

$\{i \in \{1, 2, \dots, N\} \mid y \succ_i z\} = \{i \in \{1, 2, \dots, N\} \mid y \succ'_i z\}$ ,  $\forall y, z \in A \setminus \{x\}$  であるから、他の選択肢をトップにしている人の人数は変わらない。

したがって  $n(x; \succ') > n(y; \succ')$  for all  $y \neq x$  となり、 $\{x\} = \mathcal{F}^M(\succ')$  となる。

おまけ：

May の定理では  $|A| = 2$  のとき、逆も成立するということが証明され、単純多数決社会的選択対応だけが、匿名性、中立性、正の反応性を満たすものである！