

2013年度 ミクロ経済学中級 Ib 期末試験 (70分)

グレーヴァ香子担当クラス

- 以下の問題すべてに答えなさい。解答は問題順でなくてもよいが、どの問題に答えているのかを明確に。
- 途中点があるので、論理の過程を 読み手にわかるように 書くこと。

1. ある消費者の効用関数 $u : \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}$ が単調性を満たすとき、その消費者の無差別曲線は線（幅を持たない）であることを証明しなさい。

参考：

$u : \mathbb{R}^L \rightarrow \mathbb{R}$ が単調性を満たすとは、任意の $x, y \in \mathbb{R}^L$ について、ベクトルの意味で $x > y$ であるならば、 $u(x) > u(y)$ が成立することである。

\mathbb{R}^L 上の集合 X が幅を持つとは、少なくとも一つの $x \in X$ と、十分小さな $\epsilon > 0$ が存在し、 x を中心とした半径 ϵ の球のふちと内部がすべて X に属する（式で書くと、 $\{y \in \mathbb{R}^L \mid |x - y| \leq \epsilon\} \subset X$ ）ことである。

2. 2種類の主体の集団間のマッチング問題を考える。各集団 G_1 と G_2 はそれぞれ2名ずつからなり、 $G_1 = \{a, b\}$ 、 $G_2 = \{A, B\}$ とする。彼らの相手の集合の上への選好順序は linear strict order であるとし、以下のような順位（1が最も好むもの）であるとする。左の数値が G_1 の主体の選好順位を横向きに表し、右の数値が G_2 の主体の選好順位を縦に表す。 \emptyset は誰ともペアにならないという状態を表す。

\succ	A	B	\emptyset
a	1, 2	2, 1	3,
b	2, 1	1, 2	3,
\emptyset	, 3	, 3	

このとき安定な assignment は $f^1(a) = A, f^1(b) = B$ と $f^2(a) = B, f^2(b) = A$ の二つだけであることを証明しなさい。（これらが安定であり、他の assignment は安定でないということである。）

3. strategy-proofness の以下の二つの定義が同値である（必要十分である）ことを証明しなさい。

定義 1 : $\forall i = 1, 2, \dots, N, \forall \succ \in \mathcal{L}^N, \forall \succ' \in \mathcal{L}^N,$

$$f(\succ_i, \succ'_{-i}) \neq f(\succ'_i, \succ'_{-i}) \Rightarrow f(\succ_i, \succ'_{-i}) \succ_i f(\succ'_i, \succ'_{-i}).$$

定義 2 : $\forall i = 1, 2, \dots, N, \forall \succ \in \mathcal{L}^N, \forall \succ'_i \in \mathcal{L},$

$$f(\succ) \neq f(\succ'_i, \succ_{-i}) \Rightarrow f(\succ_i, \succ_{-i}) \succ_i f(\succ'_i, \succ_{-i}).$$