2023年度　ミクロ経済学初級II 第1回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) どのような方法でも答えが正しければよいが、例えば利潤を投入量 $z_1^A(\geqq 0)$ の関数として $\Pi^A(z_1^A) = p \cdot \frac{1}{2}\sqrt{z_1^A} - 1 \cdot z_1^A$ と書くとやりやすい。これは上に凸な関数である。（それを知るためにもまず z_1^A で微分してみる。）一階の条件から

$$\frac{\partial \Pi^A}{\partial z_1^A} = p \cdot \frac{1}{2 \cdot 2\sqrt{z_1^A}} - 1 = 0 \iff z_1^{*A} = \frac{p^2}{16},\ y_2^{*A} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{z_1^{*A}} = \frac{p}{8},\ \Pi^A(z_1^{*A}) = p \cdot \frac{p}{8} - \frac{p^2}{16} = \frac{p^2}{16}.$$

(b) 同様に、$\Pi^B(z_1^B) = p \cdot \sqrt{z_1^B} - 1 \cdot z_1^B$ より

$$\frac{\partial \Pi^B}{\partial z_1^B} = p \cdot \frac{1}{2\sqrt{z_1^B}} - 1 = 0 \iff z_1^{*B} = \frac{p^2}{4}, \quad y_1^{*B} = \frac{p}{2}, \quad \Pi^B(z_1^{*B}) = \frac{p^2}{4}.$$

(c) $1 \cdot x_1 + p \cdot x_2 = 1 \cdot 250(+p \cdot 0) + 1 \cdot \frac{p^2}{16} + 1 \cdot \frac{p^2}{4}$ と数学的に同値ならよい。

(d) この問題もどのような方法でも答えが正しければよい。例えば、「貨幣で測った限界効用均等の法則」を使ってみる。（これはラグランジェ乗数法の一階の条件を整理したものと同じである。）

$$\frac{MU_1}{1} = \frac{MU_2}{p} \iff (x_2)^2 = \frac{x_1 \cdot 2x_2}{p} \iff px_2 = 2x_1.$$

これを予算制約式に代入し

$$x_1 + 2x_1 = 250 + \frac{p^2}{16} + \frac{p^2}{4} \iff x_1^* = \frac{1}{3}(250 + \frac{5p^2}{16})$$

(e) 第1財の供給量は、消費者が持ってきた250単位ではなく、そこから2つの企業が使用した分を引くことを忘れないように。

$$\begin{aligned} & x_1^* = 250 - z_1^{*A} - z_1^{*B} \\ \iff & \frac{1}{3}(250 + \frac{5p^2}{16}) = 250 - \frac{p^2}{16} - \frac{p^2}{4} = 250 - \frac{5p^2}{16} \\ \iff & p^2 = 400 \iff p^* = 20. \end{aligned}$$

もう一つの問いも忘れないように。（試験でよくある。）

$$y_2^{*A}(p^*) = \frac{20}{8} = 2.5$$

2. (a) $\Pi^B(z_1^B) = p \cdot \frac{1}{y_2^A}\sqrt{z_1^B} - 1 \cdot z_1^B$ より

$$\frac{\partial \Pi^B}{\partial z_1^B} = p \cdot \frac{1}{2y_2^A\sqrt{z_1^B}} - 1 = 0 \iff z_1^{**B} = \frac{p^2}{4(y_2^A)^2},\ \Pi^B = \frac{p^2}{4(y_2^A)^2}.$$

(b) まずは予算制約式を正しく求める必要がある。問題文に従って、企業 B から消費者が得る利潤は

$$\tilde{\Pi}^B = \frac{p^2}{4(y_2^A)^2} = \frac{p^2}{4(p/8)^2} = \frac{8^2}{4} = 16.$$

企業 A からの利潤は 1(a) と同じなので予算制約式は

$$1 \cdot x_1 + p \cdot x_2 = 250 + \frac{p^2}{16} + 16.$$

効用最大化条件は引き続き $px_2 = 2x_1$ なので

$$1 \cdot x_1 + 2x_1 = 250 + \frac{p^2}{16} + 16 \iff x_1^{**} = \frac{1}{3}(266 + \frac{p^2}{16}).$$

次に、問題文には書いていないが、企業 B の第 1 財の投入量 z_1^{**B} も p だけの関数にしておく必要がある。これも y_2^{*A} を代入して

$$z_1^{**B} = \frac{p^2}{4(p/8)^2)} = 16.$$

したがって第 1 財の需給一致条件は

$$\frac{1}{3}(266 + \frac{p^2}{16}) = 250 - z_1^{*A} - z_1^{**B} = 250 - \frac{p^2}{16} - 16 \iff p = 4\sqrt{109}.$$

$$y_1^{*A}(p^{**}) = \frac{4\sqrt{109}}{8} = \frac{\sqrt{109}}{2}.$$

(c)

$$y_1^{*A}(p^*) = \frac{20}{8} < \frac{4\sqrt{109}}{8} = y_1^{*A}(p^{**})$$

より外部性があるときの方が企業 A の生産量は多い。

競争均衡における y_1^{*A} は効率的な量であるから、これは負の外部性があるときに供給が過剰になっている（負の外部性の原因である y_2^A を減らすべき）ということである。