2022年度　ミクロ経済学初級II 第2回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) $8\sqrt{z_1}$ 単位。

   (b) 第1財（投入物）の価格が1で、第2財（生産物）の価格が p であることに注意。
   $\Pi(z_1) = p \cdot 8\sqrt{z_1} - 1 \cdot z_1$

   (c) (b) の関数形から、利潤は z_1 について上に凸な形であるので一階の条件で必要十分である。

$$\Pi' = \frac{p8}{2\sqrt{z_1}} - 1 = 0 \iff \sqrt{z_1} = 4p \iff z_1^* = 16p^2.$$

   利潤は

$$\Pi(16p^2) = 8p \cdot 4p - 16p^2 = 16p^2$$

   (d) 利潤を半分ずつ各消費者は所得として受け取るので、予算制約式は以下のようになる。
   A さん：$1 \cdot x_1^A + p \cdot x_2^A = 1 \cdot 66 + 8p^2$.
   B さん：$1 \cdot x_1^B + p \cdot x_2^B = 1 \cdot 70 + 8p^2$.

   (e) ラグランジェ乗数法でやってみる。

$$\mathcal{L} = (x_1^A)^2 \cdot x_2^A + \lambda(66 + 8p^2 - x_1^A - p \cdot x_2^A)$$

   より、一階の条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^A} &= 2(x_1^A) \cdot x_2^A - \lambda = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^A} &= (x_1^A)^2 - \lambda p = 0 \end{aligned}$$

   λ を消去して

$$\lambda = 2(x_1^A) \cdot x_2^A = \frac{1}{p}(x_1^A)^2 \iff p \cdot x_2^A = \frac{1}{2}x_1^A$$

   これを予算制約式に代入して

$$x_1^A + px_2^A = x_1^A + \frac{1}{2}x_1^A = 66 + 8p^2 \iff x_1^{A*} = \frac{2}{3}(66 + 8p^2)$$

   (f) 別な方法でやってみる。例えば予算制約式を x_2^B について解くと $x_2^B = \frac{1}{p}(70 + 8p^2 - x_1^B)$ となり、u_B に代入すると x_1^B だけの関数である。

$$u_B = 2x_1^B \cdot \frac{1}{p}(70 + 8p^2 - x_1^B)$$

   これは上に凸なので一階の条件を調べればよい。

$$\frac{d\,u_B}{d\,x_1^B} = \frac{2}{p}(70 + 8p^2 - 2x_1^B) = 0 \iff x_1^{B*} = 35 + 4p^2.$$

   （この他に授業でやってみせたように、限界代替率 = 価格比、を予算制約式に代入するという方法もある。なんらかの方法で制約条件付き最大化問題を正しく解ければよい。ただし3財以上のモデルではラグランジェ乗数法をお勧めする。）

(g)

$$\frac{2}{3}(66+8p^2)+35+4p^2 = 66+70-16p^2 \iff p^* = \frac{3}{2}.$$

2. 価格が $0 \leqq p \leqq 1000$ の間では、2 人とも $2000-2p$ 単位需要するので、合計して $4000-4p$ 単位が市場需要である。価格が 1000 を超えると誰も買わないので、市場需要関数は $D(p) = \max\{4000-4p, 0\}$ とか、場合分けして

$$D(p) = \begin{cases} 0 & \text{if } 1000 < p \\ D^i(p) + D^j(p) = 4000 - 4p & \text{if } 0 \leqq p \leqq 1000 \end{cases}$$

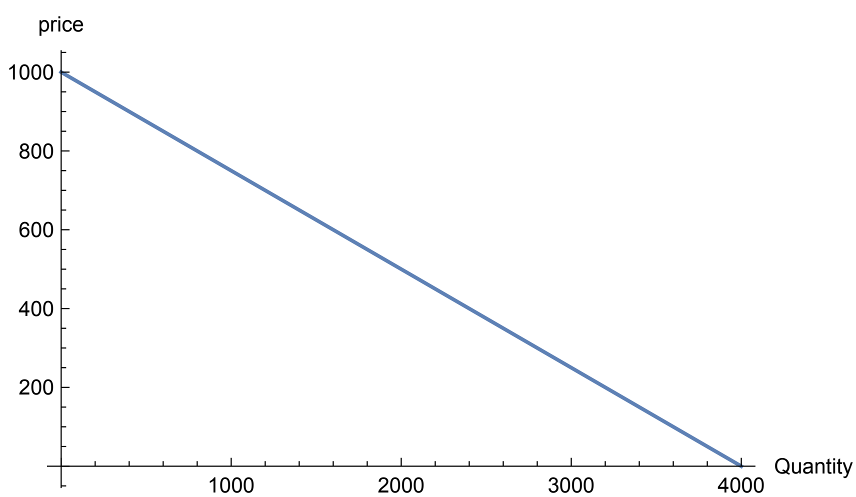
とか。（場合分けの等号の部分は上の場合にもつけてもよい。数学的に同じ関数が表現されればよいので。下の場合も、$0 < p$ としてもよい。）これの逆関数なので、基本的には下のケースを考える。総販売量を Q 単位とすると

$$4000 - 4p = Q \iff p = 1000 - \frac{Q}{4}$$

つまり、$0 \leqq Q \leqq 4000$ の間だと非負の価格 $1000 - \frac{Q}{4}$ で売り切ることができるということなので、市場逆需要関数は $P(Q) = \max\{1000 - \frac{Q}{4}, 0\}$ または場合分けして

$$P(Q) = \begin{cases} 0 & \text{if } 4000 < Q \\ 1000 - \frac{Q}{4} & \text{if } 0 \leqq Q \leqq 4000. \end{cases}$$

以下の図を縦軸と横軸からそれぞれ観察したものという感じである。

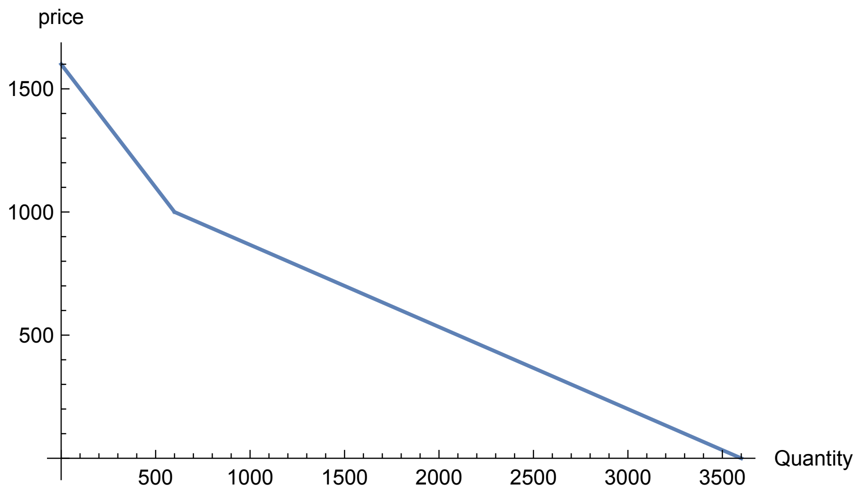


3. 今度は、価格が 1600 より高いと誰も買わないが、1600 以下になるとまず W さんが買い始める。さらに価格が下がって 1000 以下になると K さんも買うようになる。これを理解すれば簡単。

$$D(p) = \begin{cases} 0 & \text{if } 1600 < p \\ D^W(p) = 1600 - p & \text{if } 1000 \leqq p \leqq 1600 \\ D^W(p) + D^K(p) = 3600 - 3p & \text{if } 0 \leqq p < 1000 \end{cases}$$

$$P(Q) = \begin{cases} 0 & \text{if } 3600 < Q \\ 1200 - \frac{1}{3}Q & \text{if } 600 < Q \leqq 3600 \\ 1600 - Q & \text{if } 0 \leqq Q \leqq 600 \end{cases}$$

つまり折れ線グラフになっているのである。



4. (a) $\Pi_1(q_1, q_2) = P(q_1, q_2)q_1 - TC_1(q_1) = \max\{100 - (q_1 + q_2), 0\}q_1 - c_1 \cdot q_1 - 2$

   (b) $100 - (q_1 + q_2) \geqq 0$ の範囲で考えれば良い。他社の生産量を定数と考えてそれぞれの企業の最適反応（反応曲線の式）を求める。

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = \frac{\partial}{\partial q_1}\Big[(100 - q_2 - c_1)q_1 - q_1^2 - 2\Big] = (100 - q_2 - c_1) - 2q_1 = 0$$
$$\Longleftrightarrow q_1 = \frac{1}{2}(100 - q_2 - c_1)$$

   同様に $q_2 = \frac{1}{2}(100 - q_1 - c_2)$。
   連立して解いて、

$$(q_1^c, q_2^c) = \Big(\frac{1}{3}(100 - 2c_1 + c_2), \frac{1}{3}(100 + c_1 - 2c_2)\Big).$$

   (c) 企業 2 の最適反応を織り込んで企業 1 の利潤を考える。

$$\Pi_1(q_1) = \{100 - q_1 - \frac{1}{2}(100 - q_1 - c_2)\}q_1 - c_1q_1 - 2 = (50 - \frac{1}{2}q_1 + \frac{1}{2}c_2)q_1 - c_1q_1 - 2$$

   これは上に凸な q_1 だけの関数なので一階の条件から最適生産量は

$$\Pi_1' = 50 + \frac{1}{2}c_2 - c_1 - q_1 = 0 \Rightarrow q_1^S = 50 - c_1 + \frac{1}{2}c_2.$$

   これを企業 2 の最適反応に代入して、

$$q_2^S = \frac{1}{2}\{100 - c_2 - (50 - c_1 + \frac{1}{2}c_2)\} = \frac{1}{2}(50 + c_1 - \frac{3}{2}c_2).$$

(d) (b) で最適反応を計算したときに固定費用は出てこないことに注意すると、限界費用が共通のケースでは最適反応はまったく対称的になっていて

$$q_i = \frac{1}{2}(100 - q_j - c_i), \quad i = 1, 2 \ (j \neq i)$$

連立して解いて（あるいは (b) で $c_1 = c_2 = c$ を代入して）

$$(q_1^c, q_2^c) = \Big(\frac{1}{3}(100 - c), \frac{1}{3}(100 - c)\Big).$$

つまり均衡生産量に影響を及ぼすのは限界費用のみである。それが同じ場合、両企業は同じ量を生産するのが均衡である。