2021 年度　ミクロ経済学初級 II 第 1 回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) 価格ベクトル $(1,p)$ の下での A さんの効用最大化問題は
Maximize $u_A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A \cdot x_2^A$
subject to $1 \cdot x_1^A + p \cdot x_2^A = 1 \cdot \omega_1^A + p \cdot \omega_2^A = 10$
で動かすのは (x_1^A, x_2^A) である。この問題を解くのにどのような方法を使ってもよい。

ラグランジェ乗数法を使うとすると、ラグランジェ関数は

$$\mathcal{L}_A = x_1^A \cdot x_2^A + \lambda_A(1 \cdot 10 - 1 \cdot x_1^A - p \cdot x_2^A)$$

となる。1 階の条件は

$$\frac{\partial \mathcal{L}_A}{\partial x_1^A} = x_2^A - \lambda_A = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}_A}{\partial x_2^A} = x_1^A - p\lambda_A = 0$$

λ_A を消去して

$$x_2^A = \frac{x_1^A}{p}$$

これを予算制約式に代入して

$$x_1^A + px_2^A = 2x_1^A = 10 \Rightarrow x_1^{A*} = 5,\ x_2^{A*} = \frac{5}{p}.$$

B さんの効用最大化問題は
Maximize $u_B(x_1^B, x_2^B) = x_1^B \cdot x_2^B \cdot (1 - \frac{x_1^A}{10})$
subject to $1 \cdot x_1^B + p \cdot x_2^B = 1 \cdot \omega_1^B + p \cdot \omega_2^B = 20p.$
B さんが動かすのは (x_1^B, x_2^B) であるから $(1 - \frac{x_1^A}{10})$ は単なる係数として扱うことに注意。[1]
ラグランジェ関数は

$$\mathcal{L}_B = x_1^B \cdot x_2^B \cdot (1 - \frac{x_1^A}{10}) + \lambda_B(20p - 1 \cdot x^B - p \cdot x_2^B)$$

となる。1 階の条件は

$$\frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial x_1^B} = x_2^B(1 - \frac{x_1^A}{10}) - \lambda_B = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}_B}{\partial x_2^B} = x_1^B(1 - \frac{x_1^A}{10}) - p\lambda_B = 0$$

[1] $(1 - \frac{x_1^A}{10}) = 0$ のケースが心配な人は $x_1^A = 10$ だと交換が行われていないので A さんの効用は 0 となり、それは競争均衡ではおきないので、排除していると思いましょう。

λ_B と $(1-\frac{x_1^A}{10})$ を消去して

$$x_2^B = \frac{x_1^B}{p}$$

これを予算制約式に代入して

$$x_1^B + px_2^B = 2x_1^B = 20p \Rightarrow x_1^{B*} = 10p,\ x_2^{B*} = 10.$$

第1財市場の需給一致から（どちらの財の市場でやっても同じ）、

$$x_1^{A*} + x_1^{B*} = 5 + 10p = \omega_1^A + \omega_1^B = 10 \iff p^* = 1/2.$$

つまり競争価格ベクトルは $(1, 1/2)$ である。このときの競争配分は

$$\{(x_1^{A*}, x_2^{A*}), (x_1^{B*}, x_2^{B*})\} = \{(5, 10), (5, 10)\}$$

２人の効用水準は

$$u_A(x_1^{A*}, x_2^{A*}) = 50, \quad u_B(x_1^{B*}, x_2^{B*}) = 25.$$

(b) これは手計算しかできないテストのときには要求できないような問題だが、自宅で時間があるのだから計算ソフトや電卓アプリでやってみるとよい。外部性の根源である x_1^A を減らし、A さんの効用水準を上げるために x_2^A を増やしてやるのがポイント。しかも実現可能性だけで、予算制約は無視できるから、効用水準だけいろいろ計算してみればよい。例えば、

$$\{(x_1^A, x_2^A), (x_1^B, x_2^B)\} = \{(4.9, 10.3), (5.1, 9.7)\}$$

とすると

$$u_A(x_1^A, x_2^A) = 50.47, \quad u_B(x_1^B, x_2^B) = 25.2297.$$