2020 年度　ミクロ経済学初級 II 期末試験解答

経済学部 藤原グレーヴァ香子担当クラス

- 毎年聞かれますが、途中点はそんなにありませんから、「だいたい書けた」程度の答案ではだめです。
- グレーヴァの説明でわからなかったら、自分がわかるまで他の本や他の先生の講義ノートを見てよいのです。ただし、私の講義で使われた用語で答案は書いてください。

1. (a) 第２財を最大限生産するので $y_2 = \sqrt{2z_1}$ とすることを理解すればよい。
   正解は $\Pi(z_1) = p\sqrt{2z_1} - z_1$ であるが、ルートの書き方でミスをしている人がたまにいる。その場合、この後の計算で利潤関数を正しく把握していればここも正解とした。
   ただし、$(p, 1)$ という価格ベクトルで計算しているものは得点はない。（そしてそういう人が例年より多かった。）そのようなミスをしないためにわざわざこの問いがあったのである。

   (b) $\Pi(z_1)$ を z_1 で微分して（もちろん他のやり方でも答えが正しければよい）

$$\Pi' = p\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{z_1}} - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{z_1^*} = \frac{p}{\sqrt{2}} \Rightarrow y_1^* = -\frac{p^2}{2} \Rightarrow y_2^* = p.$$

$$\Rightarrow \Pi^* = p \cdot p - \frac{p^2}{2} = \frac{p^2}{2}.$$

   (c) $1 \cdot x_1 + p \cdot x_2 = 1 \cdot 40 + \frac{p^2}{2}$. 企業の利潤からの所得を忘れている人が多かった。最近の過去問だけやった人たちだろうか？もちろんその場合この問いからの点はないし、この後もちょっとだけ途中点が来るだけである。

   (d) ラグランジェ乗数法を使うと（もちろん他のやり方でも答えが正しければよい)、

$$\mathcal{L} = (x_1)^2 \cdot x_2 - \lambda\{40 + \frac{p^2}{2} - x_1 - p \cdot x_2\}$$

   とおいて、一階の条件を出すと以下のようになる。

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 2x_1 \cdot x_2 + \lambda = 0$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = (x_1)^2 + \lambda \cdot p = 0$$

   λ を消去して

$$-\lambda = 2x_1 \cdot x_2 = \frac{(x_1)^2}{p} \Rightarrow px_2 = \frac{1}{2}x_1$$

   これを予算制約式に代入すると

$$x_1 + \frac{1}{2}x_1 = 40 + \frac{p^2}{2} \Rightarrow x_1^* = \frac{2}{3}(40 + \frac{p^2}{2}) = \frac{80}{3} + \frac{p^2}{3} \Rightarrow x_2^* = \frac{1}{2p} \cdot (\frac{80}{3} + \frac{p^2}{3}) = \frac{40}{3p} + \frac{p}{6}.$$

(e) たとえば第 1 財市場の需給一致を調べると

$$x_1^* = 40 + y_1^* \Rightarrow \frac{80}{3} + \frac{p^2}{3} = 40 - \frac{p^2}{2} \iff p = 4$$

より、競争均衡価格ベクトルは $\mathbf{p}^* = (1, 4)$ である。(第 2 財市場でやっても同じである。)

2. (a) 以下の答えは一般の n で書いておく。

(b) $\Pi_1 = \{A - (n+1)q_1 - (n+1)q_2\}q_1 - c_1 \cdot q_1$

(c) $\Pi_2 = \{A - (n+1)q_1 - (n+1)q_2\}q_2 - c_2 \cdot q_2$

(d) 企業 1 の最適反応は、Π_1 を q_1 で偏微分して

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = A - (n+1)q_2 - c_1 - 2(n+1)q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = BR_1(q_2) = \frac{1}{2(n+1)}\{A - (n+1)q_2 - c_1\}$$

企業 2 の最適反応は、Π_2 を q_2 で偏微分して

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = A - (n+1)q_1 - c_2 - 2(n+1)q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = BR_2(q_1) = \frac{1}{2(n+1)}\{A - (n+1)q_1 - c_2\}$$

(e) Π_1 に $q_2 = \frac{1}{2(n+1)}\{A - (n+1)q_1 - c_2\}$ を代入して、q_1 で微分する。

$$q_1^s = \frac{1}{2(n+1)}(A - 2c_1 + c_2), \quad q_2^s = \frac{1}{4(n+1)}(A + 2c_1 - 3c_2).$$

3. (a) 証明: 任意の 2 つのくじ $\mathbf{p}, \mathbf{q} \in L$ をとる。u_i が $\succsim_i$ を表現することから

$$\mathbf{p} \succsim_i \mathbf{q} \iff \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot u_i(x_k) \geqq \sum_{k=1}^{K} q_k \cdot u_i(x_k)$$

さらに $\alpha > 0$ と β が k に依存しないので、

$$\begin{aligned}
\mathbf{p} \succsim_i \mathbf{q} &\iff \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot u_i(x_k) \geqq \sum_{k=1}^{K} q_k \cdot u_i(x_k) \\
&\iff \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot \alpha \cdot u_i(x_k) \geqq \sum_{k=1}^{K} q_k \cdot \alpha \cdot u_i(x_k) \ (\Leftarrow \ \alpha > 0) \\
&\iff [\sum_{k=1}^{K} p_k \cdot \alpha \cdot u_i(x_k)] + \beta \geqq [\sum_{k=1}^{K} q_k \cdot \alpha \cdot u_i(x_k)] + \beta \\
&\iff \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot \{\alpha \cdot u_i(x_k) + \beta\} \geqq \sum_{k=1}^{K} q_k \cdot \{\alpha \cdot u_i(x_k) + \beta\} \ (\Leftarrow \ \sum_{k=1}^{K} p_k = \sum_{k=1}^{K} q_k = 1) \\
&\iff \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot v_i(x_k) \geqq \sum_{k=1}^{K} q_k \cdot v_i(x_k)
\end{aligned}$$

（確率を足すと 1 になることを使えていない人が非常に多かった。もちろん上の同値変形を下からやってもよい。）これらの同値関係をつなげると

$$\mathbf{p} \succsim_i \mathbf{q} \iff \sum_{k=1}^{K} p_k \cdot v_i(x_k) \geqq \sum_{k=1}^{K} q_k \cdot v_i(x_k)$$

となり、これは v_i が $\succsim_i$ を表現するということである。 $\square$

(b) IIA の定義の前件の部分、任意の $(\succsim_A, \succsim_B, \succsim_C) \in \mathcal{R}\times\mathcal{R}\times\mathcal{R}$ と $(\succsim'_A, \succsim'_B, \succsim'_C) \in \mathcal{R}\times\mathcal{R}\times\mathcal{R}$、任意の $x, y \in X$ をとる。さらに、

すべての個人 i が $x \succsim_i y \iff x \succsim'_i y$ を仮定する。

すると A さんももちろん x と y の順序を変えていないので、

$x \succsim_A y \iff x \succsim'_A y$ である。

f^* の定義から社会的にも $x \succsim y \iff x \succsim' y$ が成立する。これは IIA の結論であるから、IIA が成立した。 $\square$

(IIA は、「A ならば B」、ということなので、A が成立していると仮定する、というところから議論を始めなければならない。)