# 2019 年度　ミクロ経済学初級 II 第 1 回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) A さんの予算制約式は
$$p \cdot x_1^A + 1 \cdot x_2^A = 4.$$
B さんの予算制約式は
$$p \cdot x_1^B + 1 \cdot x_2^B = p \cdot 2.$$

(b) 貨幣 1 単位あたりの限界効用均等の法則を使ってみる。（もちろん、ラグランジェ乗数法とか、限界代替率イコール価格比でも同じことになる。）
$$\frac{MU_1^A}{p} = \frac{MU_2^A}{1} \iff \frac{x_2^A}{p} = x_1^A.$$
これを A さんの予算制約式に代入して
$$p \cdot x_1^A + 1 \cdot x_2^A = 2px_1^A = 4 \Rightarrow x_1^A = \frac{2}{p}, \quad x_2^A = 2.$$

(c) 同様にして
$$\frac{MU_1^B}{p} = \frac{MU_2^B}{1} \iff \frac{x_2^B}{p} = x_1^B.$$
(B さんは $x_1^A$ を変えることはできないので、このようにして効用最大化するしかない。）これを B さんの予算制約式に代入して
$$p \cdot x_1^B + 1 \cdot x_2^B = 2px_1^B = 2p \Rightarrow x_1^B = 1, \quad x_2^B = p.$$

(d) 第 1 財市場の需給一致から
$$x_1^A + x_2^B = 0 + 2 \iff \frac{2}{p} + 1 = 2 \iff p = 2.$$
(第 2 財市場の需給一致でも同じ $p$ になる。）したがって競争均衡は
$$\Big(\Big\{(x_1^{*A}, x_2^{*A}), (x_1^{*B}, x_2^{*B})\Big\}, (p^*, 1)\Big) = \Big(\Big\{(1,2), (1,2)\Big\}, (2,1)\Big).$$

(e) A さんの効用水準は $u_A(1,2) = 1 \cdot 2 = 2$、B さんの効用水準も $u_B(1,2) = 1 \cdot 2 \cdot (1)^{-1} = 2$。

2. これはラグランジェ乗数法でやるとよい。ラグランジェ関数は例えば以下のようになる。
$$\begin{aligned}\mathcal{L} = {} & x_1^B \cdot x_2^B \cdot (x_1^A)^{-1} \\ & - \lambda(2 - x_1^A \cdot x_2^A) \\ & - \alpha_1(2 - x_1^A - x_1^B) \\ & - \alpha_2(4 - x_2^A - x_2^B)\end{aligned}$$

一階の条件群は
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^A} = -\frac{x_1^B \cdot x_2^B}{(x_1^A)^2} + \lambda x_2^A + \alpha_1 = 0 \tag{1}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^A} = \lambda x_1^A + \alpha_2 = 0 \tag{2}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^B} = x_2^B \cdot (x_1^A)^{-1} + \alpha_1 = 0 \tag{3}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^B} = x_1^B \cdot (x_1^A)^{-1} + \alpha_2 = 0. \tag{4}$$

(2) と (4) から

$$\lambda x_1^A = \frac{x_1^B}{x_1^A} \Rightarrow \lambda = \frac{x_1^B}{(x_1^A)^2}. \tag{5}$$

(3) と (4), (1) と (2) から $\alpha_1/\alpha_2$ を作って消去し、(5) を代入すると、

$$\frac{x_2^B}{x_1^B} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{x_1^B \cdot x_2^B}{(x_1^A)^2} - \lambda x_2^A}{-\lambda x_1^A} = -\frac{\frac{x_1^B \cdot x_2^B}{(x_1^A)^2}}{\lambda x_1^A} + \frac{x_2^A}{x_1^A} = -\frac{x_2^B}{x_1^A} + \frac{x_2^A}{x_1^A}.$$

つまり

$$\frac{x_2^B}{x_1^B} = \frac{x_2^A - x_2^B}{x_1^A} \iff x_1^A \cdot x_2^B = x_1^B(x_2^A - x_2^B).$$

ここで $x_1^B = 2 - x_1^A$, $x_2^B = 4 - x_2^A$ を代入すると

$$x_1^A(4 - x_2^A) = (2 - x_1^A)(x_2^A - (4 - x_2^A)) = (2 - x_1^A)(2x_2^A - 4).$$

さらに $x_1^A = 2/x_2^A$ を代入して整理すると

$$\frac{2}{x_2^A}(4 - x_2^A) = (2 - \frac{2}{x_2^A})(2x_2^A - 4) \iff 2(x_2^A)^2 - 5x_2^A = 0.$$

ゆえに

$$x_2^{oA} = \frac{5}{2}.$$

ここから、

$$x_1^{oA} = \frac{4}{5},\ x_1^{oB} = \frac{6}{5},\ x_2^{oB} = \frac{3}{2}.$$

$$u_B(x_1^{oB}, x_2^{oB}, x_1^{oA}) = \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{9}{4} > 2.$$

ゆえに 1(e) のときより B さんの効用水準が厳密に上がった。つまり競争配分は効率的ではなかった。

3. (a) 単記投票：洋食には A さんと B さんの 2 票、和食には C さんの 1 票、中華には D さんの 1 票が入るので、社会的順序は

   洋食 $\succ$ 和食 $\sim$ 中華

   となる。

   併記投票：洋食には A,B,D が投票、和食には A,B,C が投票、中華には C, D が投票する。したがって、社会的順序は単記投票とは異なり

   洋食 $\sim$ 和食 $\succ$ 中華

   となる。

   (b) 単記投票で全員が正直に第 1 希望を書くと社会的には洋食が第 1 位になった。これは A さんと B さんの第 1 希望だから、C さんと D さんについて嘘をつくかを調べればよい。

   C さんが第 1 希望でない中華を書くと、洋食が 2 票、中華が 2 票になるが、C さんの第 1 希望の和食が 1 位になるわけではない。洋食と書いても、もちろん和食は 1 位にならない。

   同様に D さんが第 1 希望でない洋食や和食と書いても、中華が 1 位になることはない。

   つまり嘘を書いても自分の第 1 希望が選ばれるようには誰もできない。