2018年度　ミクロ経済学初級II 第1回演習解答

Takako Fujiwara-Greve

1. いろいろな方法があるが、まず、利潤を最大にするには生産可能性フロンティアのぎりぎりで生産すべきなので
$$y_1 = 3(-y_2)^{\frac{2}{3}}$$
とする。2変数なので利潤を $z_2 = -y_2$ の関数として考え、
$$\Pi(z_2) = 1 \cdot 3(z_2)^{\frac{2}{3}} - p \cdot z_2$$
とおく。

一階の条件は
$$\Pi' = 3 \cdot \frac{2}{3}(z_2)^{-\frac{1}{3}} - p = 0$$
となり、Π' は z_2 の減少関数であることもわかるから一階の条件が成り立つ z_2^* が利潤を最大にする投入量である。これは
$$z_2^*(= -y_2^*) = (\frac{2}{p})^3 = \frac{8}{p^3}.$$
利潤を最大にする生産量は
$$y_1^* = 3(z_2^*)^{\frac{2}{3}} = \frac{12}{p^2}.$$
最大利潤は
$$\Pi^*(\frac{8}{p^3}) = 1 \cdot 3(\frac{8}{p^3})^{\frac{2}{3}} - p \cdot \frac{8}{p^3} = \frac{12}{p^2} - \frac{8}{p^2} = \frac{4}{p^2}.$$

2. (a) 予算制約式は
$$1 \cdot x_1^i + p \cdot x_2^i = 5p + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{p^2}$$
これと数学的に同値ならよい。

(b) ラグランジェ乗数法を使ってみる。
$$\mathcal{L} = x_1^i \cdot x_2^i + \lambda(5p + \frac{1}{p^2} - x_1^i - p \cdot x_2^i)$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^i} = x_2^i - \lambda = 0;$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^i} = x_1^i - \lambda p = 0.$$
より、一階の条件から λ を消去して予算制約式に代入する。
$$px_2^i = x_1^i \Rightarrow 2x_1^i = 5p + \frac{1}{p^2} \Rightarrow x_1^{*i} = 2.5p + \frac{1}{2p^2}.$$
したがって
$$x_2^{*i} = 2.5 + \frac{1}{2p^3}.$$

3. 第 1 財の総需要関数は

$$\sum_{i=1}^{4} x_1^{*i} = 10p + \frac{2}{p^2}$$

総供給は 1 番で求めた y_1^* であるから、需給一致から

$$10p + \frac{2}{p^2} = \frac{12}{p^2} \iff p = 1.$$

(第 2 財市場の需給一致からも同じ $p=1$ が出ることは興味のある人は確認してもよいし、全ての消費者の効用関数が単調性を満たしているので Walras 法則が成立することから納得してもよい。）ゆえに競争価格ベクトルは $(1,1)$。この下で各消費者 $i=1,\dots,4$ の需要量は

$$x{*}i_1 = 2.5 + \frac{1}{2} = 3,\ x_2^{*i} = 2.5 + \frac{1}{2} = 3,$$

企業の第 1 財の生産量と第 2 財の投入量は

$$y_1^* = 12,\ -y_2^* = 8.$$

まとめて、競争均衡は

$$\Big(\{(x_1^{*i}, x_2^{*i})\}_{i=1}^4, (y_1^*, y_2^*), (1, p^*)\Big) = \Big(\{(3,3),(3,3),(3,3),(3,3)\}, (12,-8), (1,1)\Big).$$

4. この問題は授業で使っている記号を自家薬籠中のものとするためと、微分の復習にある。素直に微分して、

$$f_1 = \frac{\partial f}{\partial y_1} = 1;$$
$$f_2 = \frac{\partial f}{\partial y_2} = -3 \cdot \frac{2}{3}(-y_2)^{\frac{2}{3}-1} \cdot (-1) = 2(-y_2)^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{(-y_2)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{\sqrt[3]{-y_2}}.$$

f_2 の表現は全て数学的に同値なのでどれでも正解。

(わからない人は合成関数の微分の Chain rule

$$h(x) = f(g(x)) \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial x} = f'(g(x)) \cdot \frac{\partial g}{\partial x}$$

を復習すること。）ゆえに

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{(-y_2)^{\frac{1}{3}}}{2} = \frac{\sqrt[3]{-y_2}}{2}.$$

消費者 $i = 1,2,3,4$ の限界効用は

$$MU_{i1} = \frac{\partial u_i}{\partial x_1^i} = x_2^i;$$
$$MU_{i2} = \frac{\partial u_i}{\partial x_2^i} = x_1^i.$$

まとめて Samuelson 条件は

$$\frac{(-y_2)^{\frac{1}{3}}}{2} = \sum_{i=1}^{4} \frac{x_2^i}{x_1^i} = \frac{x_2^1}{x_1^1} + \frac{x_2^2}{x_1^2} + \frac{x_2^3}{x_1^3} + \frac{x_2^4}{x_1^4}.$$