2017年度　ミクロ経済学初級II 第1回演習(自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

- 答案は提出しなくていいです。10月19日の講義で解答解説を行いますので、それまでにやっておきましょう。お話はすべてフィクションです。
- 私のウェブサイト (http://web.econ.keio.ac.jp/staff/takakofg/) に過去の演習がたくさんありますから、できるものはどんどんやっておきましょう。

1. ２つしか財がなく、n 人の消費者だけがいる純粋交換経済を考える。以下の仮定の下で、
   「競争均衡においては全ての消費者の限界代替率が等しい」
   ことを証明しよう。財の名前は $j \in \{1,2\}$ とする。

   記号：各消費者 $i \in \{1,2,\ldots,n\}$ の効用関数は $u_i : \mathbb{R}^2_+ \to \mathbb{R}$、初期保有ベクトルは (ω^i_1, ω^i_2) と書く。消費者 i の財の消費の組み合わせは (x^i_1, x^i_2) と書き、財 j から得られる限界効用は u_i を x^i_j で偏微分したもので、

   $$MU_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x^i_j}$$

   と書くとする。
   財1の価格を p_1、財2の価格を p_2 とする。

   仮定：各消費者 $i \in \{1,2,\ldots,n\}$ の効用関数は微分可能で、
   任意の $(x^i_1, x^i_2) \in \mathbb{R}^2_+$ において、どちらの財 $j = 1,2$ についても限界効用 MU_{ij} は正であるとする。

   (a) ラグランジェ乗数を λ として、

   $$\mathcal{L} = u_i(x^i_1, x^i_2) + \lambda(p_1 \cdot \omega^i_1 + p_2 \cdot \omega^i_2 - p_1 \cdot x^i_1 - p_2 \cdot x^i_2)$$

   とする。
   このとき、$\mathcal{L}$ を x^i_1 と x^i_2 で別々に偏微分しなさい。

   (b) (a) で求めた２つの偏微分係数（偏導関数）を使って連立方程式

   $$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^i_1} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^i_2} = 0 \end{cases}$$

   を考える。$MU_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x^i_j}$ であることに注意して、λ を消去し、

   $$\frac{MU_{i1}}{MU_{i2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

   を導出しなさい。

2. 具体的に $n = 3$ で以下の効用関数と初期保有ベクトルを持っている３人の消費者の純粋交換経済の競争均衡を求めなさい。**第２財の価格を 1 としてよい**。

   A さん： $u_A(x^A_1, x^A_2) = x^A_1 \cdot (x^A_2)^2$, $(\omega^A_1, \omega^A_2) = (6, 0)$.
   B さん： $u_B(x^B_1, x^B_2) = (x^B_1)^2 \cdot x^B_2$, $(\omega^B_1, \omega^B_2) = (0, 12)$.
   C さん： $u_C(x^C_1, x^C_2) = x^C_1 \cdot x^C_2$, $(\omega^C_1, \omega^C_2) = (0, 2)$.