2015年度　ミクロ経済学初級II 第2回演習解答

グレーヴァ香子担当クラス

1. 例えばラグランジェ乗数法を使うと以下のようになる。（第1財を余らせても利潤は最大にならないので、$y_1 = \sqrt{-y_2}$ を技術的制約条件としてよい。）ラグランジェ関数は

$$\mathcal{L} = (q_R + q_F)y_1 + 1 \cdot y_2 + \lambda\{\sqrt{-y_2} - y_1\}.$$

一階の条件群は

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_1} = (q_R + q_F) - \lambda = 0,$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y_2} = 1 - \lambda \frac{1}{2\sqrt{(-y_2)}} = 0.$$

これらを $y_1 = \sqrt{-y_2}$ と連立して解いて、

$$y_1^* = \frac{q_R + q_F}{2}, y_2^* = -\frac{(q_R + q_F)^2}{4}.$$

（投入量を正の数で表現してもよい。）

企業の最大利潤は

$$\Pi^* = (q_R + q_F)y_1^* + 1 \cdot y_2^* = \frac{(q_R + q_F)^2}{4}.$$

2. 今度は限界代替率 = 価格比でやってみる。ロビンソンさんの効用最大化の条件は

$$\frac{MU_{R1}}{MU_{R2}} = \frac{2/x_1^R}{1} = \frac{q_R}{1} \Rightarrow x_1^{*R} = \frac{2}{q_R}.$$

第2財の需要量は予算制約 $q_R \cdot x_1^R + 1 \cdot x_2^R = 1 \cdot \omega_2^R + \theta_R \Pi^*$ から

$$q_R \cdot x_1^R + 1 \cdot x_2^R = 1 \cdot 24 + \frac{1}{2}\frac{(q_R + q_F)^2}{4} \Rightarrow x_2^{*R} = 22 + \frac{(q_R + q_F)^2}{8}.$$

3. 2と同様にしてフライデーさんの効用最大化の条件は

$$\frac{MU_{F1}}{MU_{F2}} = \frac{6/x_1^F}{1} = \frac{q_F}{1} \Rightarrow x_1^{*F} = \frac{6}{q_F}.$$

第2財の需要量は

$$q_F \cdot x_1^F + 1 \cdot x_2^F = 1 \cdot 24 + \frac{1}{2}\frac{(q_R + q_F)^2}{4} \Rightarrow x_2^{*F} = 18 + \frac{(q_R + q_F)^2}{8}.$$

4.
$$\frac{q_R + q_F}{2} = \frac{2}{q_R} = \frac{6}{q_F}$$
を解いて $q_R = 1$, $q_F = 3$.

5. まず、$x_1^{*R} = x_1^{*F} = y_1^{*} = 2$。ここから、$y_2^{*} = -4$ が出る。
各消費者の第 2 財の需要量は $x_2^{*R} = 24$, $x_2^{*F} = 20$.
まとめてロビンソンさん、フライデーさん、企業の順に並べると
$$\{(x_1^{*R}, x_2^{*R}), (x_1^{*F}, x_2^{*F}), (y_1^{*}, y_2^{*})\} = \{(2, 24), (2, 20), (2, -4)\}.$$

6. リンダール均衡の配分における限界代替率の和を求めると
$$\frac{MU_{R1}}{MU_{R2}} + \frac{MU_{F1}}{MU_{F2}} = \frac{2/x_1^{*R}}{1} + \frac{6/x_1^{*F}}{1} = 1 + 3 = 4.$$
限界変形率は
$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{-y_2^{*}}}} = 2\sqrt{4} = 4.$$
ゆえに一致している。