

2011年度 ミクロ経済学中級Ib 期末試験解答

1. $p_j^* \leq 0$ なので

$$p^* y^i \leq p^* x^{*i}$$

となり、予算制約を満たすはずである。しかも、効用の単調性により

$$u_i(y^i) > u_i(x^{*i})$$

である。これは x^{*i} が i さんの需要ベクトルである（予算制約の下で効用を最大にしている）ことに矛盾。

2. 任意の $x, y \in A$ を固定する。 $x \succsim_i^* y$ かつ [not $y \succsim_i^* x$]

が全員について成立し、 $\succsim^* = (\succsim_1^*, \dots, \succsim_N^*) \in \mathcal{R}^N$ となるものは存在する。これについて Weak Pareto より $x F(\succsim^*) y$ が成立する。

3. (a) $x \in G_1$ が $W \in G_2$ にプロポーズすることを $x \rightarrow W$ と書くとする、第1ラウンドでは、 $a \rightarrow A, b \rightarrow B, c \rightarrow C$ となる。 G_2 の各人は一人からしかプロポーズされていないし、 \emptyset よりはましなのでその人をキープすることになり、これでアルゴリズムは止まる。結果の assignment は $(a, A), (b, B), (c, C)$ である。

(b) 第1ラウンドで、 $a \rightarrow A, b \rightarrow B, c \rightarrow C$ となるのは (a) と同じ。しかし $\emptyset \succ'_A a$ だから、 a さんは A さんにキープされず、第2ラウンドに行く。

この時点での結果： $(\emptyset, A), (b, B), (c, C)$

第2ラウンド： $a \rightarrow B$ となり、 B さんが前のラウンドでキープした b さんと a さんの内から選ぶ。 $a \succ_B b$ だから b さんが余る。また、 A さんは誰もプロポーズしてこなかったのでプロセスは続く。

この時点での結果： $(\emptyset, A), (a, B), (c, C)$

第3ラウンド： $b \rightarrow C$ となり、 $b \succ_C c$ だから c さんが余る。

この時点での結果： $(\emptyset, A), (a, B), (b, C)$

第4ラウンド： $c \rightarrow A$ となるが、 $\emptyset \succ'_A c$ と申告されているので c さんはキープされない。

この時点での結果： $(\emptyset, A), (a, B), (b, C)$

第5ラウンド： $c \rightarrow B$ となり、 $c \succ_B a$ だから a さんが余る。

この時点での結果： $(\emptyset, A), (c, B), (b, C)$

第6ラウンド： $a \rightarrow C$ となり、 $a \succ_C b$ だから b さんが余る。

この時点での結果： $(\emptyset, A), (c, B), (a, C)$

第7ラウンド： $b \rightarrow A$ となり、 $b \succ'_A \emptyset$ なので b さんが A さんにキープされ、ここでプロセスが止まる。

最終的な assignment は $(b, A), (c, B), (a, C)$ である。

(c) (b) の結果は G_2 最適であるから、ペアを作って二人とも選好順序を高めることはできない、つまり安定である。

(d) (a) では (a, A) 、(b) では (b, A) となっており、真実の選好で比較すると $b \succ_A a$ である。

(e) 申告された選好順序に対するこのアルゴリズムの social choice function としての値を考えると、

$$f(\succ'_A, \succ_{-A}) = b \succ_A a = f(\succ_A, \succ_{-A})$$

となり、このアルゴリズムを social choice function と考えると strategy-proof ではないということである。