2011年度　ミクロ経済学中級Ib 期末試験(70分)

以下の全ての問題に答えなさい。解答は問題の順でなくてもかまわないが、どの問題に答えているのかを明記しなさい。
途中点があるので、思考の過程をきちんと書いておくこと。

1. 講義でやった厚生経済学の第2基本定理では、仮定を少なくしたため、任意の（全ての財の量が正の）効率的配分について、価格ベクトル $\mathbf{p}^* \neq \mathbf{0}$ と初期保有資産の再配分ベクトル $\{\mathbf{w}^i\}_{i=1}^N$ が存在して、その効率的配分が競争配分として実現するところまでしか言えなかった。

   そこで、仮定を追加して、少なくとも一人の消費者 i の効用関数が以下の単調性を満たすとする。

   > 任意の消費ベクトル $\mathbf{x}^i, \mathbf{y}^i$ について、全ての財 $j = 1, 2, \ldots L$ について $y_j^i \geqq x_j^i$、かつ少なくとも一つの財 k について $y_k^i > x_k^i$ であるならば、$u_i(\mathbf{y}^i) > u_i(\mathbf{x}^i)$。

   このとき $\mathbf{p}^*$ は正の価格ベクトルとなることを以下の手順で証明しよう。

   競争価格ベクトル $\mathbf{p}^*$ の下での（効用の単調性を満たしている）i さんの需要ベクトルを $\mathbf{x}^{*i}$ とする。

   背理法の仮定として、ある財 j の競争価格が $p_j^* \leqq 0$ であったとする。消費ベクトルとして、この j 財だけ消費量を $\epsilon > 0$ 単位追加した、

   $$\mathbf{y}^i = (x_1^{*i}, \ldots, x_{j-1}^{*i}, x_j^{*i} + \epsilon, x_{j+1}^{*i}, \ldots, x_L^{*i})$$

   を考える。これを使って、$p_j^* \leqq 0$ と $\mathbf{x}^{*i}$ が i さんの需要ベクトルである（予算制約の下で効用を最大にしている）ことが矛盾することを証明しなさい。

   (これを全ての j について繰り返すと、全ての財について価格が正となる。)

2. N 人の個人から成る社会と、その社会における社会的帰結（選択肢）の集合 A を考える。$\mathcal{R}$ を A 上の weak order の集合とする。(weak order $\succsim$ とは

   連結性：$\forall\, x, y \in A,\ x \succsim y$ または $y \succsim x$ が成立する

   推移性：$\forall\, x, y, z \in A,\ [x \succsim y$ かつ $y \succsim z] \ \Rightarrow x \succsim z$

   を満たすもの。)

   社会的厚生関数 $F : \mathcal{R}^N \to \mathcal{R}$ について、以下の二つの性質を考える。

   Weak Pareto 条件：任意の $\succsim = (\succsim_1, \ldots, \succsim_N) \in \mathcal{R}^N$ と任意の $x, y \in A$ について、

   $x \succsim_i y$ かつ [not $y \succsim_i x$] for all $i = 1, 2, \ldots, N$

   $\Rightarrow xF(\succsim)y$ かつ [not $yF(\succsim)x$]。

   非賦課性 (non-imposition)：任意の $x, y \in A$ に対して、

   $\succsim = (\succsim_1, \ldots, \succsim_N) \in \mathcal{R}^N$ が存在して、$xF(\succsim)y$ とできる。

   このとき、社会的厚生関数 $F : \mathcal{R}^N \to \mathcal{R}$ が Weak Pareto 条件を満たすならば非賦課性を満たすことを証明しなさい。

（裏に続く）

3. ２種類の人々の集合を $G_1 = \{a, b, c\}$、$G_2 = \{A, B, C\}$ とし、各グループから一人ずつを組み合わせたペアを作る問題を考える。各人の相手のグループに対する（真実の）強い選好順序は以下のようであるとする。ただし、誰ともペアにならない $\emptyset$ という可能性も含み、これは真実の選好においては、誰かとペアになることよりも悪い（４位）とする。

	A	B	C	$\emptyset$
a	1, 3	2, 2	3, 1	4,
b	3, 1	1, 3	2, 2	4,
c	2, 2	3, 1	1, 3	4,
$\emptyset$	, 4	, 4	, 4	, 4

左の数字が G_1 の人たちの G_2 に対するランキング、右が G_2 の人たちの G_1 に対するランキングである。（例えば、$A \succ_a B \succ_a C \succ_a \emptyset$、$b \succ_A c \succ_A a \succ_A \emptyset$。）

各人が選好順序を中央機関に申告し、中央機関が以下の形のアルゴリズムでペアを決めるとする。

(i) G_1 の各人を第１希望の G_2 の人にプロポーズさせる。
G_2 の各人は、プロポーズしてきた人の中から最も選好順位の高い人だけをキープする。
$\emptyset$ より選好のランクが下の人からだけプロポーズされた場合、そ（れら）の人はキープしないとする。
G_2 の全員が G_1 の誰かをキープしたら終了。そうでなければ次のラウンドへ。

(ii) G_2 の誰にもキープされていない G_1 の人全員を第２希望の G_2 の人にプロポーズさせる。
G_2 の各人は、現在キープしている人と、新たにプロポーズしてきた人の中から最も選好順位の高い人だけをキープする。
$\emptyset$ より選好のランクが下の人からだけプロポーズされた場合、そ（れら）の人はキープしないとする。
G_2 の全員が G_1 の誰かをキープしたら終了。そうでなければ次のラウンドへ。
$\cdots$
これをプロセスが終了するまで繰り返す。

このとき、以下の問い全てに答えなさい。

(a) 各人が上記の真実の選好順序を申告したとき、上記のアルゴリズムで決まる assignment を書きなさい。

(b) A さんが $b \succ'_A \emptyset \succ'_A c \succ'_A a$ に申告を変えたとする。他の全員は真実の選好順序を申告したとする。このとき、上記のアルゴリズムで決まる assignment を、そこに至る過程も含めて書きなさい。

(c) (b) の結果の assignment は安定か？理由を付けて答えなさい。

(d) (a) と (b) の結果の assignment について、A さんの相手を A さんの真実の選好順序で比較しなさい。

(e) アルゴリズムは social choice function で、結果の assignment がその値であると考える。各人は結果の assignment について、自分の相手のところだけを見て、social choice function の値に選好順序を考えることができる。このとき、上の分析から何が言えたのか、論理的に説明しなさい。