

2011年度 ミクロ経済学中級b 第2回演習(20分)

グレーヴァ香子担当クラス

定義等についてノートを見ていいですが、お友達と相談せず、自力でやりましょう。

白紙は出席とはみなしません。

院生の方は採点して成績に加味します。

1. Step 4: 定義の復習 $(\{x^{o1}, \dots, x^{oN}\}, \{y^{o1}, \dots, y^{oK}\})$ は効率的な資源配分とする。

$V := \sum_{i=1}^N V^i = \sum_{i=1}^N \{x^i \in X^i \mid u_i(x^i) > u_i(x^{oi})\}$ (全消費者の upper contour set の和)

$Y := \sum_{k=1}^K Y^k + \{\omega\}$ (全生産者の生産集合と初期資源ベクトルの和)

このとき、 $V \cap Y = \emptyset$ を証明しなさい。

(ヒント：背理法が楽。効率性の定義をよく考えること。)

2. 第2基本定理の証明中、Step 8 の残りの部分を以下の手順で証明しなさい。

背理法の仮定として、 $u_i(x^{i'}) > u_i(x^{oi})$ かつ $p^* x^{i'} \leq p^* x^{oi}$ となる $x^{i'}$ が存在したとする。

第2基本定理の仮定より、すべての消費者 i について $x^{oi} > 0$ かつ $0 \in X^i$ であるから、 x^{oi} より安いベクトル、すなわち $p^* x^{oi} > p^* \tilde{x}^i$ となる $\tilde{x}^i \in X^i$ が存在する。(たとえば $0 \in X^i$ 。)

このベクトルと、 $x^{i'}$ の凸結合 $x^i(\alpha) := \alpha \tilde{x}^i + (1 - \alpha)x^{i'}$ を考える。

わかりやすくするため、点列を使う。

任意の $\alpha \in (0, 1]$ について $\alpha \geq \frac{1}{n}$ となるような(十分大きい) n が存在するので、各 $n = 1, 2, \dots$ について $x^i(n) := \frac{1}{n} \tilde{x}^i + (1 - \frac{1}{n})x^{i'}$ で考える。

- (a) u_i の連続性より、十分大きい n が存在して、任意の $n \geq \underline{n}$ について $u_i(x^i(n)) > u_i(x^{oi})$ が成り立つことを証明しなさい。(これが十分小さい α に対応している。)

したがって Step 7 より $p^* x^i(n) \geq p^* x^{oi}$ となるはずである。

- (b) 任意の n について、 $p^* x^i(n)$ と $p^* x^{oi}$ の大小関係を調べて、Step 7 の結論と矛盾することを示しなさい。