

2009年度 ミクロ経済学中級b 第2回演習解答

グレーヴァ香子担当クラス

1. (a) $x \succ_1'' z$ かつ $x \succ_2'' z$ であるから、弱 Pareto 条件より $xP''z$ 。
 また、 $x \succ_i y \iff x \succ_i'' y$ for all i であるから、IIA より $xI''y$ 。
 社会的選好の推移性より $yP''z$ となる。 □
- (b) 任意の (\succ_i, \succ_j) で $x \succ_i z$ かつ $z \succ_j x$ となるものを考える。(ここで、 xPz を証明したい、と念頭におく。)
 公汎性より、 $x \succ_i' y \succ_i' z$ かつ $z \succ_j' y \succ_j' x$ となる (\succ_i', \succ_j') が存在する。仮定より $xP'y$ と $yP'z$ が成立する。
 社会的選好の推移性より、 $xP'z$ となる。
 ここで、 $x \succ_i z \iff x \succ_i' z$ for all i であるから IIA より xPz となる。 □

2. (a) i. x, y, z の順に並んでいて、 x がトップである人の選好は y と x の間の要素の数(あるいは距離)の方が、 z と x の間のものより少ないはずなので、単峰性により、 $x \succ_i y \succ_i z$ でなくてはならない。同様に z がトップである人の選好は $z \succ_i y \succ_i x$ でなくてはならない。 y がトップである場合は、単峰性では何もいえないので、3通りある。 □
- ii. yRz と同値なのは、 $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 \geq N_5$ という不等式である。
 さて、 xRz であるとは、 $N_1 + N_3 + N_4 \geq N_2 + N_3 + N_5$ が成立することである。
 これは、 xRy であることと同値な $N_1 \geq N_2 + N_3 + N_4 + N_5$ から N_1 が既に十分大きいので、成り立つ。 □
- (b) まず、 $xRy \iff N_1 + N_3 + N_4 \geq N_2 + N_4 + N_5$ である。 N_4 を両辺から引いて、

$$N_1 + N_3 \geq N_2 + N_5. \quad (1)$$

同様に、 yRz より

$$N_2 \geq N_1 + N_3 + N_4 + N_5. \quad (2)$$

(1) を (2) の右側につなげて、

$$N_2 \geq N_1 + N_3 + N_4 + N_5 \geq N_2 + N_5 + N_4 + N_5.$$

N_4 も N_5 も負にはならないので、両方ともゼロであるしかない。すると、(1) に代入して $N_1 + N_3 \geq N_2$ 、かつ (2) に代入して $N_2 \geq N_1 + N_3$ 。したがって

$$N_2 = N_1 + N_3$$

でなくてはならないが、社会は奇数人なので、これは不可能である。(この部分を丁寧にやったらなおよい。) □

- (c) $xRy \iff N_1 + N_2 + N_3 + N_5 \geq N_4$ かつ、 $yRz \iff N_1 + N_2 + N_4 \geq N_2 + N_3 + N_5$ より $N_1 + N_4 \geq N_3 + N_5$ である。
 xRz であるとは $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 \geq N_5$ であるが yRz の同値式 $N_1 + N_4 \geq N_3 + N_5$ から $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 \geq N_2 + N_3 + N_3 + N_5 \geq N_5$ となる。 □