

# 2024年度 ゲームの理論 a 期末試験 (70分)

Takako Fujiwara-Greve

- 答案用紙は縦にめくるように書くこと。ノートのように横にめくってはいけない。
  - 以下の全ての問題に答えなさい。解答は問題順でなくてもいいが、どの問題に答えているのかを明確にして書きなさい。分数、小数等はできる限りわかりやすくしてくれると採点ミスが減る。
  - 部分点があるので、導出の過程を必ず書きなさい。途中の論理がまったくなく、解答だけがあるものは(山勘かもしれないので)減点となる。尚、お話はすべてフィクションである。
1. 以下の行列表現で表される3人同時ゲームを考える。利得はプレイヤーの名前の自然な順序に従って書かれている。

A \ B	L	R
U	1, 2, 2	2, 1, 1
D	2, 1, 1	2, 2, 1

C: X

A \ B	L	R
U	0, 0, 1	1, 1, 2
D	1, 1, 1	0, 2, 0

C: Y

- (a) プレイヤーたちの名前は何か、全員分を答えなさい。
- (b) 各プレイヤーの純戦略の集合を3人分答えなさい。
- (c) 好きなプレイヤーを一人とり、そのプレイヤー以外のプレイヤーたちの純戦略の組み合わせに対する、純戦略の範囲の最適反応とは何かをできる限り論理的に(数式を使ってもよい)説明しなさい。プレイヤー  $i$  の利得関数は  $u_i$  と表記してよい。
- (d) 純戦略によるナッシュ均衡があれば全て求めなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。
2. プレイヤー1(先手)とプレイヤー2(後手)が5個の分割不可能なアメをどう分けるかを交渉する完備・完全情報ゲームを考える。

プレイヤー1が最初に意思決定し、「自分に  $a_1$  個下さい」という意味の数字  $a_1 \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  を選ぶ。プレイヤー2はプレイヤー1の要求  $a_1$  を見たら、それに対して  $a_2 \in \{\text{Yes}, \text{No}\}$  を選び、ゲームが終了する。(つまり、全ての  $a_1$  について、プレイヤー2が選べる行動の集合は同じである。)

プレイヤー1が  $k$ 、プレイヤー2が Yes を選んだ場合、プレイヤー1の利得は  $k$ 、プレイヤー2の利得は  $5 - k$  である。プレイヤー1が  $k$ 、プレイヤー2が No を選んだ場合、ふたりとも利得は0とする。

- (a) このゲームの樹形図を解答用紙の6行の高さ以内にできる限り正確に描きなさい。利得ベクトル、情報集合も明記すること。利得ベクトルは第1座標がプレイヤー1の、第2座標がプレイヤー2の利得とすること。読み手にわかるように描かないと正しく採点できないことに注意。
- (b) このゲームの誘導標準形(描かなくてよい)を考える。  
 任意の  $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  を固定する。以下の(純)戦略の組み合わせが混合戦略の範囲でナッシュ均衡であることを証明しなさい。

$$\text{プレイヤー1の戦略は } a_1 = k, \text{ プレイヤー2の戦略は } s_2 = \begin{cases} \text{Yes} & \text{if } a_1 = k \\ \text{No} & \text{if } a_1 \neq k \end{cases}$$

(注: 難しかったら、純戦略の範囲で証明したら部分点を与える。)

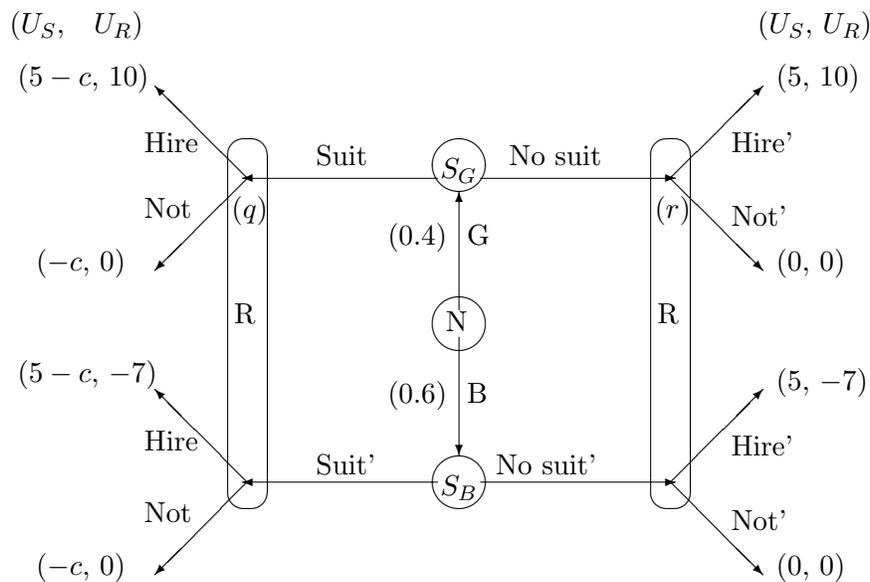
- (c) この展開形ゲームの純戦略による後ろ向き帰納法の解(あるいは部分ゲーム完全均衡)を、戦略の組み合わせとして、全て求めなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。

(d) 分割不可能なアメの数が 100, 1000, ... と増えていったとして、純戦略の範囲で後手プレイヤーが後ろ向き帰納法の解（あるいは部分ゲーム完全均衡）において得られる数はどのようなになるか。

3. 求職者（プレイヤー S）と、企業の採用担当（プレイヤー R）のゲームを考える。S はよく働く G タイプとさぼりやすい B タイプの 2 通りあるのであるが、採用担当 R にはわからない。G タイプを採用すると R の利得は 10、B タイプを採用すると  $-7$  の利得であり、どちらのタイプでも採用しなければ利得は 0 であるとする。求職者 S の利得は、タイプに関わらず、採用されると 5、採用されないと 0 であるとする。採用担当 R の事前の予想は過去のデータから S が G タイプである確率が 0.4 であるとする。以上は両プレイヤーの共有知識とする。

(a) 事前の予想だけだと、期待利得を最大にする採用担当 R は S を採用すべきか？

世間のアドバイスによって、求職者 S はスーツを着て面接に行くかどうかを決めることになった。スーツを新たに購入する費用を考えると、どちらのタイプであっても、採用されてもされなくてもスーツを着ていったときの利得が  $c$  減らされるとする。（ここで  $0 < c < 5$  であると仮定する。）採用担当 R は、求職者がスーツを着て来たかどうかは見るができるが、タイプは見るができないとして、以下のようなベイジアン展開形ゲームになったとする。



(b) G タイプだけがスーツを着ていくという分離均衡はあるか？あれば完全ベイジアン均衡の戦略の組み合わせと信念を正確に書き、どうしてこれが均衡であることを説明しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。

(c) 両タイプがスーツを着ていくという一括均衡はあるか？あれば完全ベイジアン均衡の戦略の組み合わせと信念を正確に書き、どうしてこれが均衡であることを説明しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。

(以上)