

2023年度 ゲームの理論 a 演習第1回 解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) (双) 行列表現は以下になる。(戦略の順序は異なってもよい。行プレイヤーと列プレイヤーを入れ替える場合、ちゃんとそれがわかるように書くこと。でも A と B だと自然な順序がある。)

A \ B	95	98	99
95	<u>5</u> , 0	0, <u>2</u>	<u>0</u> , 1
98	2, 0	<u>2</u> , 0	<u>0</u> , <u>1</u>
100	0, <u>0</u>	0, <u>0</u>	<u>0</u> , <u>0</u>

最適反応には下線が引いてある。従って、純戦略によるナッシュ均衡は2つあって (98, 99) と (100, 99) である。

(均衡を利得の組み合わせで書かないこと。また、{98, 99} と書いている人がいたが、数学では {} で囲むことは集合を意味することが多く、() で囲むことは組み合わせを意味することが多いので、() で囲むことを推奨する。)

- (b) (双) 行列表現は以下になる。

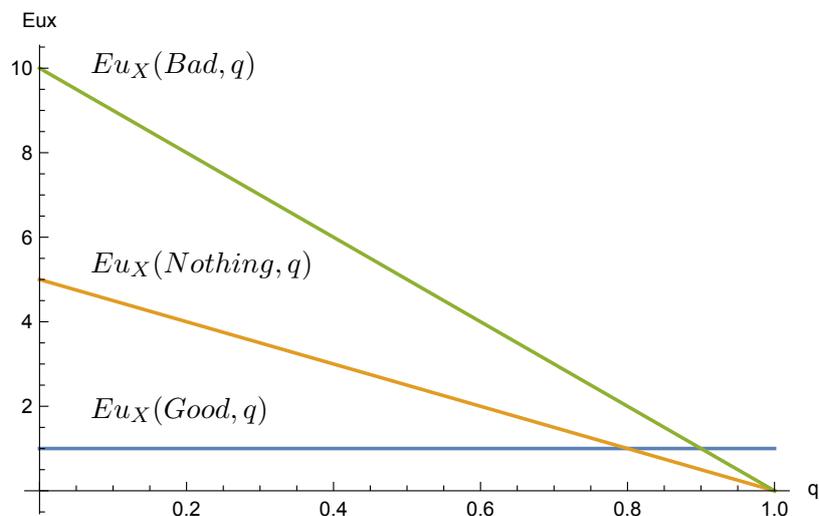
A \ B	95	98	99
95	$\frac{5}{2}, \frac{5}{2}$	0, <u>5</u>	0, <u>5</u>
98	<u>5</u> , 0	1, 1	0, <u>2</u>
100	<u>5</u> , <u>0</u>	<u>2</u> , <u>0</u>	<u>1</u> , <u>0</u>

純戦略のナッシュ均衡は3つあって、(100, 95), (100, 98), (100, 99)。

この封印第2価格入札は変なルールと思うかもしれないが、Vickrey がノーベル賞を取った研究なのである。興味が出た人はグレーヴァの著書の練習問題 2.4 をやってみよう。

2. (a) Bad.

- (b) プレイヤー Y が Good をする確率を q としたときのプレイヤー X の各純戦略の期待利得は以下の図のようになる。



$Eu_X(\text{Good}, q) = Eu_X(\text{Bad}, q)$ となる境目の q は

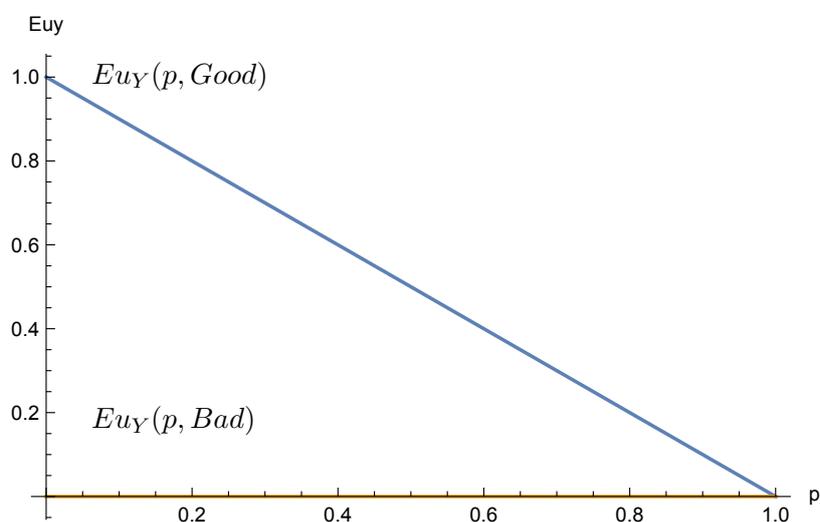
$$1 = (1 - q)10 \iff q = 0.9$$

のところである。つまり、

$$BR_X(q) = \begin{cases} \text{Bad} & q < 0.9 \\ \Delta(\{\text{Bad}, \text{Good}\}) & q = 0.9 \\ \text{Good} & q > 0.9 \end{cases}$$

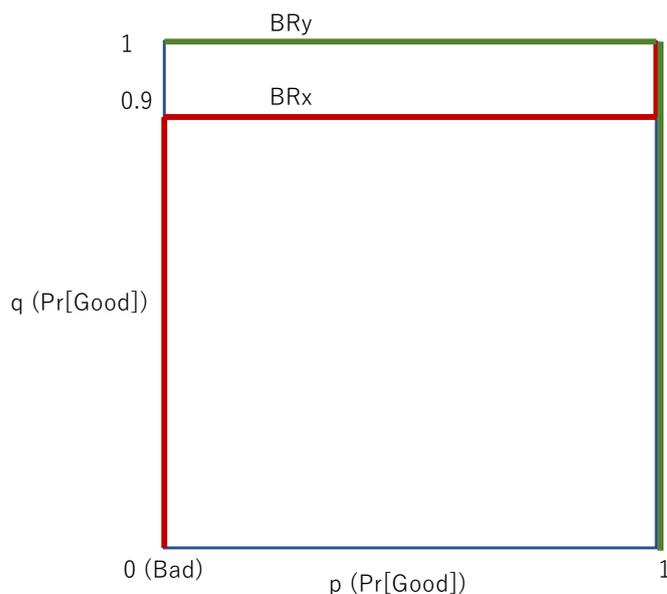
で、Nothing は相手がどんな混合戦略をとってきても最適反応にはならない。(Nothing は Bad には弱く支配されているが、ここまで考えないと無視してはいけない。)

そこで、ナッシュ均衡を求めるには、プレイヤー X の混合戦略としては (Good の確率、Nothing の確率、Bad の確率) = $(p, 0, 1 - p)$ あるいは $p \cdot \text{Good} + (1 - p) \cdot \text{Bad}$ という形のものだけ考えればよい。相手の p に応じたプレイヤー Y の各純戦略の期待利得は以下の図のようになる。



つまり、与党が Good という純戦略 ($p = 1$) をしているときだけすべての混合戦略が最適反応で、そうでないときは Good だけが最適反応である。

両プレイヤーの最適反応対応を図にまとめる¹と



となり、ナッシュ均衡は右上の2つの線が重なっている場所全体で、それ以外にはない。重なっている部分を数学的に表現すると、 $(\sigma_X, \sigma_Y) = ((1, 0, 0), (q, 1 - q))$ あるいは $(\text{Good}, q \cdot \text{Good} + (1 - q) \cdot \text{Bad})$ という形の戦略の組み合わせで $0.9 \leq q \leq 1$ となる全てのものである。

注意1：この中には純戦略の組み合わせ (Good, Good) も含まれる。

注意2：混合戦略の表記法は採点者にわかるものなら何でもよいが、どの数字がどの純戦略の確率なのかを最初にきちんと説明すること。

- (c) 正解はもちろん一つではない。(それから要求されているのは「社会学」じゃない。漢字1文字でも見落としてはいけない。経済学的とすると違和感があったから、社会科学にただけで、おそらく政治学とか政治経済学的分析。「社会のためになることは何か」という視点で分析してみたい。ただし、試験にはこういう曖昧な問題は出ない。)

自己の利得を最大にする政党であっても、ちゃんと国民のためになる行動をしなければ負けるかもしれないライバルが存在すれば自発的に国民のための選択をすることになる、国民はちゃんと政党間の競争をさせるべき、など、国民視点での意義を書ければよい。

ただし、第2党が単に存在すればよいのではなく、場合によっては与党がちゃんと負けるという状況になっていることがポイント。何をやっても必ず与党に負ける第2党が存在しても、与党は Good は選ばない。(ゲームをちょっと変えて確認してみよう。こういうのが「分析」。) つまり、背景の国民の投票行動の仮定が、与党を牽制するライバルを発生させていることに気づくとベスト。

¹横軸はプレイヤー X の混合戦略全体の空間ではなく $(p, 0, 1 - p)$ という形の混合戦略のみの空間。縦軸はプレイヤー Y の混合戦略全体。