2020 年度　ゲームの理論 a 期末試験 解答

Takako Fujiwara-Greve

1. 一番簡単なのは講義でやった「今そこにある問題」すなわち囚人のジレンマ。例えば、マスクをするのが C でしないのが D とか。各自はマスクはつらいが、他の人がマスクをして感染を減らしてくれると嬉しいという利害対立がある。そしてナッシュ均衡は一つしかなく、誰もマスクをしないので、効率的ではない。これだと最低点のみ。もっと頑張るなら繰り返し囚人のジレンマなど。

2. (a) このゲームには真部分ゲームがないので、ナッシュ均衡を求めることになる。P2 の純戦略は A と B だが、情報集合が 2 つある P1 の純戦略は (Up, x), (Up, y), (Down, x), (Down,y) の 4 つであることに注意して誘導標準形を作れば良い。

P1 \ P2	A	B
Up,x	0, 1	$\underline{3}$, $\underline{2}$
Up, y	0, 1	$\underline{3}$, $\underline{2}$
Down, x	1, $\underline{3}$	2, 1
Down, y	$\underline{2}$, 2	1, $\underline{3}$

最適反応に下線をつけると、純戦略によるナッシュ均衡は ((Up, x), B) と　((Up, y), B) の 2 つしかない。

(b) このゲームは P1 の最後の 2 つの 1 点から成る情報集合とその後が真部分ゲームなので、まずはそこで最適行動を求めておくと、[Down,A] という歴史後の部分ゲームでは y が最適、[Down,B] という歴史後の部分ゲームでは z が最適である。つまり、これらがその真部分ゲームにおける "ナッシュ均衡 " である。次にこれらを踏まえた以下の同時ゲームについてナッシュ均衡を出せばよい。

P1 \ P2	A	B
Up	0, 1	$\underline{3}$, $\underline{2}$
Down	$\underline{2}$, $\underline{2}$	2, 1

最適反応に下線をつけると、純戦略によるナッシュ均衡は ((Up, y, z), B) と　((Down, y, z), A) の 2 つだけである。

(c) これは 3 人ゲームである。最後の 2 つの 1 点から成る情報集合から始まるところの "ナッシュ均衡" は、P3 のところは x、P1 のところは z である。これらを踏まえて以下の同時ゲームについてナッシュ均衡を出せばよい。（P3 は関係ないので利得も省略したが、書いてもよい。）

P1 \ P2	A	B
Up	0, 1	$\underline{3}$, $\underline{2}$
Down	$\underline{1}$, $\underline{3}$	2, 1

純戦略によるナッシュ均衡は ((Up, z), B, x) と　((Down, z), A, x) の 2 つだけである。

3. (a) Poor も Bad も graduate という一括戦略のとき、q は事前の p と一致する。企業が採用すると期待利得は $p \cdot 3 + (1-p)(-2)$ 、Not を選ぶと期待利得は 0 であるから

$$p \cdot 3 + (1-p)(-2) \leqq 0 \iff p \leqq \frac{2}{5}$$

であるとき、採用されない。

(b) $q = 1, r = 0.$

(c) 高卒なら Hire ($q = 1$ なので期待利得 3)、ドロップアウトなら Not' (Hire' の期待利得は $r = 0$ なので -2)。

(d) 高卒なら雇ってもらえて $5-c$ の利得である。逸脱してドロップアウトすると雇ってもらえないので 0 の利得となる。従って、逸脱するなら $5-c<0$（等号ならまだ高卒が最適行動であることに注意：最適という概念を正確に理解すること）であるので、$c>5$ の範囲である。

（真面目でもあまりに高卒のためのコストが高いとあきらめるのである。）

(e) 同様に、ドロップアウトなら利得は0、高卒にすると利得は $5-d$ であるから、逸脱するケースは $0<5-d$ すなわち $d<5$ の範囲のときである。

（注意：あせっているのか不等号の向きを計算過程では正しく書いているのに、答えのところでまちがえている人が散見される。過程が書いてあればそれを見てあげるがなければ見られないので、ちゃんと途中の計算を書きましょう。そして見直しもしましょう。）

(f) これは完全ベイジアン均衡の存在とはどんなことかを正しく理解する必要がある。

両タイプが高卒を選ぶ一括戦略を含む完全ベイジアン均衡が存在するなら、経路外である dropout または dropout' を見たときの F の信念 r が存在して、F の r に基づく dropout または dropout' を見た後の最適行動を考えて、両タイプが高卒を選ぶ、という論理になっていなければならない。

従って、そのような完全ベイジアン均衡がない、ということは、どんな r であっても、少なくともどちらかのタイプが高卒から逸脱する、ということなのである。

問題の設定から、$p>\frac{2}{5}$ で、両タイプが高卒を選ぶなら高卒は雇ってもらえる。

$r \geqq \frac{1}{2}$ の場合を考える：このとき F は dropout を見ても雇ってくれる。c, d は正なので、どちらのタイプも dropout に逸脱する。

$r<\frac{1}{2}$ の場合：F は dropout を見ると雇ってくれない。少なくとも一つのタイプが dropout に逸脱するには $5-c<0$ または $5-d<0$ が成立していればよい。

まとめると、「$c>5$ または $d>5$ 」が答えである。

これが成立していれば、どんな r を考えても少なくとも一つのタイプが dropout に逸脱するので、一括戦略による完全ベイジアン均衡は存在しない。