

## 2020 年度 ゲームの理論 a 期末試験 (オンライン、70 分)

Takako Fujiwara-Greve

- 注意：この年はオンライン試験のため、何を見てもよいという状況でした。従って簡単にネットなどで答えが探せないような問題が入っています。

1. パンデミック (pandemic) の一つの定義は、「世界中で感染症が流行すること」である。この定義を踏まえ、
  - (a) パンデミックにおける複数の意思決定者の利害対立を表したゲームを一つ考え、それがパンデミックにおける利害対立を表す (プレイヤー、彼らの戦略の意味と利得関数が利害をうまく表現している) ことをプレーヴァにわかるように説明し、
  - (b) 講義で扱った均衡概念のどれかを用いて、ゲーム理論が与える予測を少なくとも一つ作り、
  - (c) 求めた均衡の中で効率的なものはあるかを調べなさい。

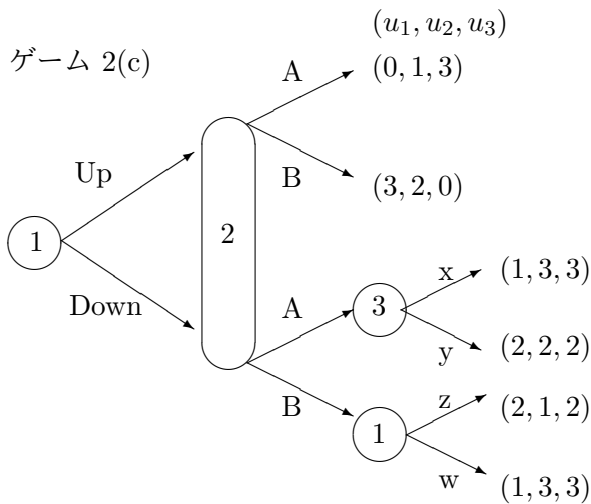
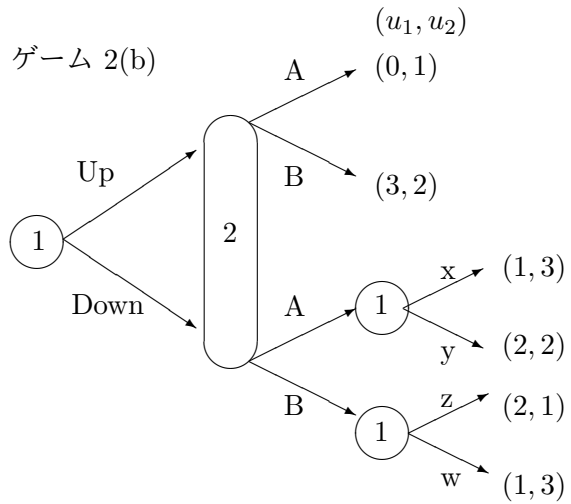
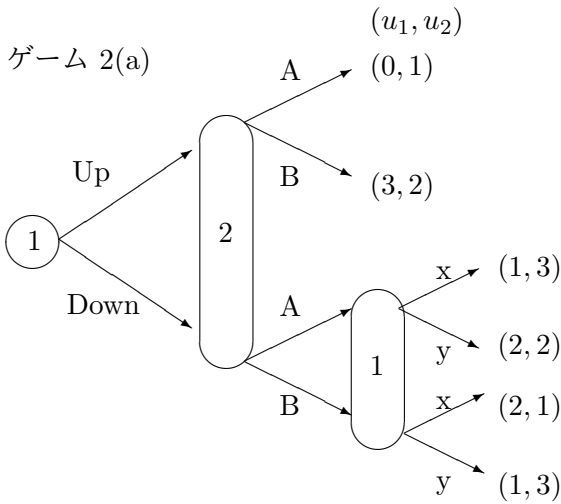
以上を自分の解答用紙で 1 ページ以内で論じなさい。

採点基準：ゲームまたは均衡の構造が複雑であればあるほど点が高い。もちろん均衡/効率性を証明していないとか、均衡/効率的でないものをそうであると書いたら減点。(技術点)

パンデミックにおける社会の利害対立問題をよく表しているゲームまたは均衡であるほど点が高い。(意義点)

複雑性の定義：プレイヤーの数と純戦略の数が多いほど複雑とする。同時ゲーム以外においては、情報集合は数が多いほど複雑、複数の意思決定点が入っているものがあると複雑であるとする。

2. 以下の 3 つのゲーム (全て完備情報とする) の純戦略による部分ゲーム完全均衡を全て求め、それらがどうして部分ゲーム完全均衡であるかを証明しなさい。存在しない場合は、どうして存在しないかを説明しなさい。



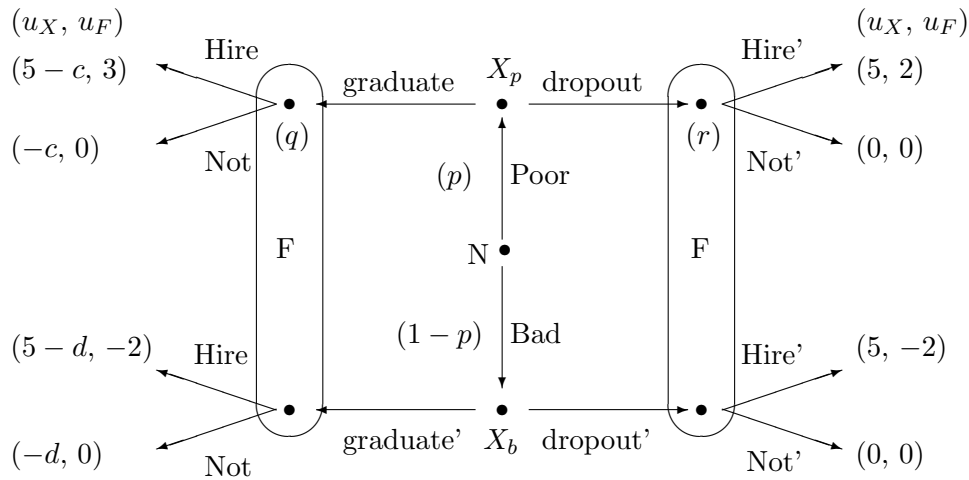
3. ここはとても貧しい町で、地元の若者は真面目だが貧乏な青年 (Poor) と不良 (Bad) しかいないとする。町には中小企業 F があって、ここに雇われるのはよいこととされている。企業 F としては面接では一見すると若者の本質はわからないので、高校を出た (graduate) かドロップアウトしたかを見たとする。しかし、企業がほとんどの若者は不良であると思い込んでいたり、真面目な青年でも、ものすごく貧乏なら高校を卒業しないという選択をするかもしれないという問題を考えてい。

企業の事前の予想は真面目だが貧乏である確率が  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ) であるということ、これは青年 X も知っているとする。青年 X は今まさにコストをかけて高校を続けるかどうかを考えており、この状況をベイジアンフレームワークで考える。

青年が真面目だが貧乏である場合、高校卒業のコストは  $-c$ 、不良の場合のコストは  $-d$  であるとする。 $(0 < c, 0 < d$  を仮定する。) ドロップアウトするにはコストはないとする。どちらのタイプの青年も雇われると 5 からコストを引いた利得が得られ、雇われないと利得は 0 からコストを引いたものである。

真面目な青年が受けた高校教育は企業 F にとってもメリットがあり、高卒で真面目な青年を雇うと企業の利得は 3、ドロップアウトしたが真面目な青年を雇うと 2 の利得であるとする。不良を雇った場合は高卒であろうとなかろうと  $-2$  の利得とする。雇わなければ利得は 0 である。

この状況を樹形図にすると以下ようになる。以下の問題は全て純 (行動) 戦略で考えてよい。



(a) Poor タイプも Bad タイプも高卒を選ぶという一括戦略をしているとき、期待利得を最大にする企業 F が採用してくれない (Not を選ぶ) のは  $p$  がどのような範囲にあるときか。

Poor タイプだけが高卒を選ぶ分離戦略による完全ベイジアン均衡が存在しない  $c$  と  $d$  の範囲を以下で考える。(分離戦略なので、 $p$  は任意で大丈夫。) 全て理由を付けて答えなさい。

- (b) Poor タイプが高卒 (graduate)、Bad タイプが dropout' を選ぶ分離戦略を X が行なっている時の、整合的な企業 F の信念  $q, r$  を求めなさい。
- (c) (b) を踏まえて、高卒を見た時の企業の最適な行動と、ドロップアウトを見た時の企業の最適な行動を求めなさい。
- (d) (c) を踏まえて Poor タイプが高卒から逸脱するような  $c$  の範囲があれば求めなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。
- (e) (c) を踏まえて Bad タイプが dropout' から逸脱するような  $d$  の範囲があれば求めなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。
- (f) 最後一括均衡も考える。(a) で求めた範囲の外側に  $p$  があると仮定する。それでも両タイプが高卒を選ぶ一括戦略による完全ベイジアン均衡が存在しないような  $c$  と  $d$  の範囲があれば求めなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。