

2019年度 ゲームの理論 a 期末試験 (70分)

Takako Fujiwara-Greve

- A 4サイズの紙1枚のみ持ち込み可。
- 以下の全ての問題に答えなさい。解答は問題順でなくてもいいが、どの問題に答えているのかを明確にして書きなさい。
- 部分点があるので、導出の過程を必ず書きなさい。途中の論理がまったくなく、解答だけがあるものは(山勘かもしれないので)減点となります。「全て」と指定されているときに一部だけでもできれば途中点はあります。尚、お話はすべてフィクションです。

1. 純戦略の範囲でのナッシュ均衡の定義をできる限り正確に書きなさい。(記号は使っても使わなくてもよいが、正確に書くこと。)
2. 以下の行列表現で表される同時ゲームについて答えなさい。

(a) プレイヤーはP1 (行プレイヤー), P2 (列プレイヤー), P3 (行列プレイヤー) の3人である。各プレイヤーの純戦略の集合は $S_1 = \{A, B\}$, $S_2 = \{C, D\}$, $S_3 = \{E, F\}$ で、利得は第1座標がP1、第2座標がP2、第3座標がP3のものとして以下の行列表現に示してある。混合戦略の範囲で全てのナッシュ均衡を求めなさい。

P1 \ P2	C	D
A	1, 5, 1	0, 1, 1
B	2, 1, 3	5, 2, 0

P3: E

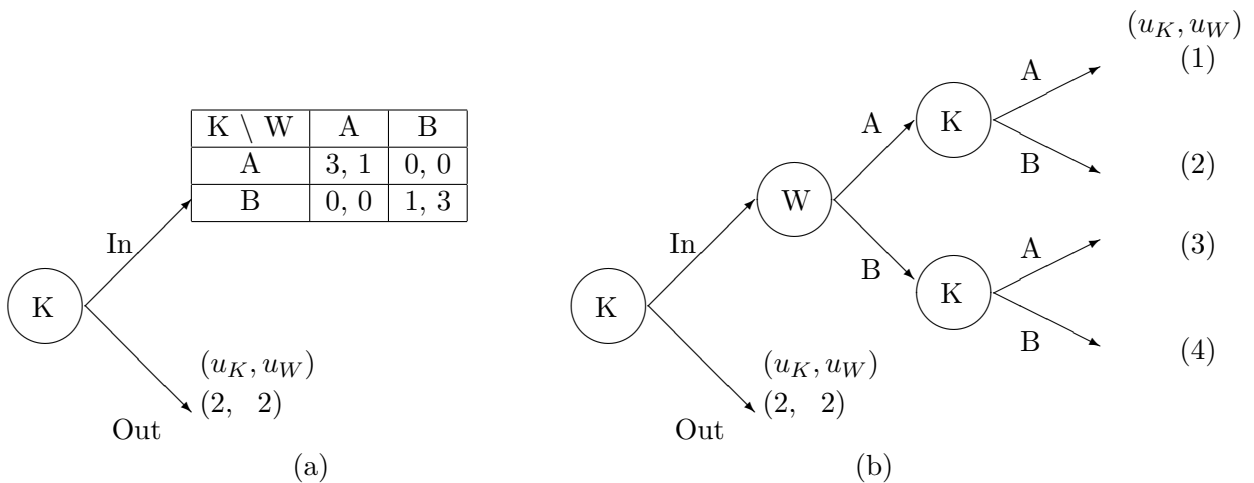
P1 \ P2	C	D
A	3, 4, 2	1, 1, 2
B	4, 2, 1	3, 3, 1

P3: F

(b) 2人ゲームで、第1座標がP1の利得である。混合戦略の範囲で全てのナッシュ均衡を求め、純戦略の範囲での各プレイヤーP1, P2の minmax 値を求めなさい。(参考:プレイヤー*i*の場合、定義は $v_i = \min_{a \in S_{-i}} \max_{b \in S_i} u_i(b, a)$ 。)

P1 \ P2	L	R
U	0, 2	3, 0
M	3, 0	0, 3
D	1, 1	1, 1

3. 2人のプレイヤーKさんとWさんがいる。最初にKさんがOutを選ばばゲームはそこで終わり、両者は利得2を得る。KさんがInを選ばば、二人はそれぞれAかBを選ぶというゲームが行われる。同時ゲームの場合が(a)であり、Wさんが先に選ぶ(そしてそれがKさんに知られる)場合が(b)で、以下の樹形図のようになっているとする。



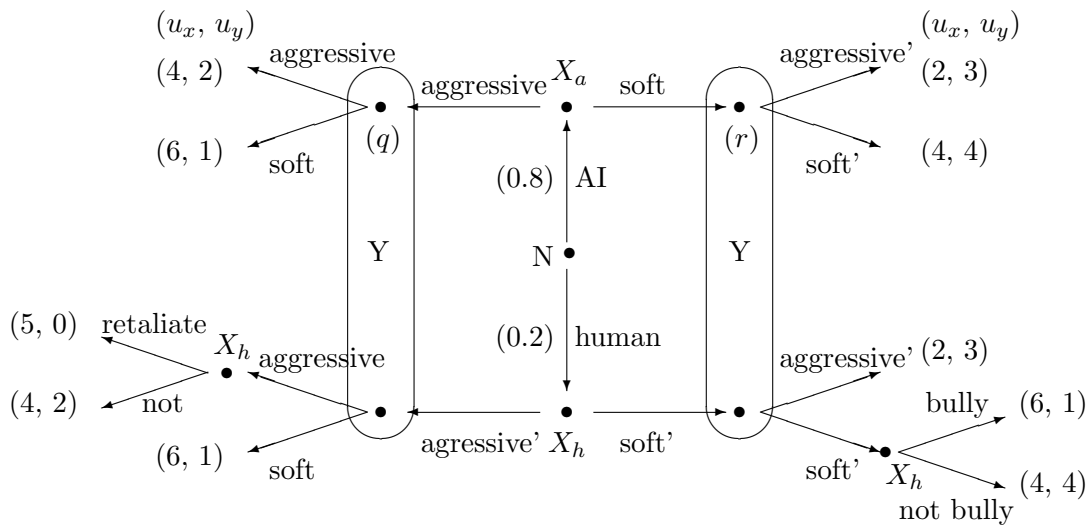
(a) 展開形ゲーム(a)の純戦略による部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。(Kさんの戦略を正確に書かないと減点。)

(b) 展開形ゲーム (b) における In の後の利得ベクトルは2人の行動 A, B の組み合わせにのみ依存し、(a) の場合と同じであるとし、(b) の樹形図内の (1), (2), (3), (4) に当てはまる利得ベクトルを (u_K, u_W) の順に) 答えなさい。また、純戦略による部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。(Kさんの戦略を正確に書かないと減点。)

4. あるオンラインゲームで、YさんはXさんとネット上で対峙している。ところが、XさんはAIを使って行動しているかもしれないし、自分で考えて行動しているかもしれない。Yさんはこのことがわからないのでベイジアンフレームワークで分析することにした。過去の経緯からAIを使っている確率を0.8とする。また、Xさんもこのことを知っていて完備情報になっているとする。(あほらしいと思ったら、オンラインの株式投資も似たような状況になりつつあるのでそう思いましょう。)

AIと人間の違いは、感情があるかどうかだとする。お互いに aggressive を選ぶと、人間のXさんは感情があるので仕返し (retaliate) をしてくる可能性が出てくる。お互い soft を選ぶと、人間のXさんはこちらの弱気につけ込んで嫌がらせ (bully) をしてくるかもしれない。AIはお互いの aggressive と soft の選択の後には何もしてこない。

以上の状況を樹形図にしたものが以下である。Nature の選択から始まる。



- (a) Xさんの情報集合はいくつあるか？
- (b) Xさんが、AIのときは aggressive を人間のときは soft' を選ぶ完全ベイジアン均衡はあるか？あればそのような戦略の組み合わせと信念 (q, r) を書き、どうしてそれが完全ベイジアン均衡であるかを説明しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。(Xさんの戦略は正確に書くこと。)
- (c) AIのXさんも人間のXさんも両方とも aggressive を選ぶような完全ベイジアン均衡はあるか？あればそのような戦略の組み合わせと信念 (q, r) を書き、どうしてそれが完全ベイジアン均衡であるかを説明しなさい。なければ、どうしてないかを論理的に説明しなさい。(Xさんの戦略は正確に書くこと。)