2019年度　ゲームの理論a 演習第3回（授業内演習、45分）

Takako Fujiwara-Greve

- 本、ノート等何を見てもいいですが、お友達と相談しないで自力でやりましょう。したがって一切私語は禁止です。
- 白紙は出席とはみなしません。

  学部（研究科）、学年、組、学籍番号、氏名を明記して下さい。
- 院生の人は採点して多少成績に加味します。学部生の人は出席としてカウントします。

1. 以下の（双）行列表現で表される同時ゲーム G を考える。

P1 \ P2	L	M	R
A	4, 4	0, 0	0, 5
B	5, 0	3, 3	0, 0
C	0, 0	0, 0	1, 1

   (a) 実現可能な利得ベクトルの集合を図示しなさい。（横軸を Player 1 の利得、縦軸を Player 2 の利得とする。）

   (b) G を 2 回繰り返す完全モニタリングの繰り返しゲーム G^2 を考える。G^2 の利得は 2 回の利得をたしたものとする。1 回目に (A, L) を行うような部分ゲーム完全均衡を作り、それが部分ゲーム完全均衡であることを証明しなさい。

2. 以下の（双）行列表現で表される同時ゲーム G' を考える。x は正の実数とする。

P1 \ P2	X	Y
X	3,　　3	0,　$3+x$
Y	$3+x$, 0	1,　1

   (a) 混合戦略を含め G' の全てのナッシュ均衡を求めなさい。

   (b) G' を無限回繰り返し、毎期の利得を $\delta \in (0,1)$ で割り引いた総和を総利得とする完全モニタリングの $G'^{\infty}(\delta)$ を考える。以下のグリム・トリガー戦略 s^* を考える。

   第 1 期（$\tau = 1$）には X を行う。

   各 $\tau = 2, 3, \ldots$ 期において、これまでの歴史が (X, X) だけからなる場合は X を、そうでないとき (1 回でも誰かが Y を行なった歴史のとき）は Y を行う。

   (s^*, s^*) が $G'^{\infty}(\delta)$ の部分ゲーム完全均衡となるような δ の下限を求めなさい。

   (c) (b) で求めた δ の下限は x の増加関数か減少関数か？どうしてそうなるのか、ゲーム理論的な理由（数学的でない、戦略的な理由）も書きなさい。

3. 以下のような 2 人の狩人 A, B が行う展開形ゲームを考える。

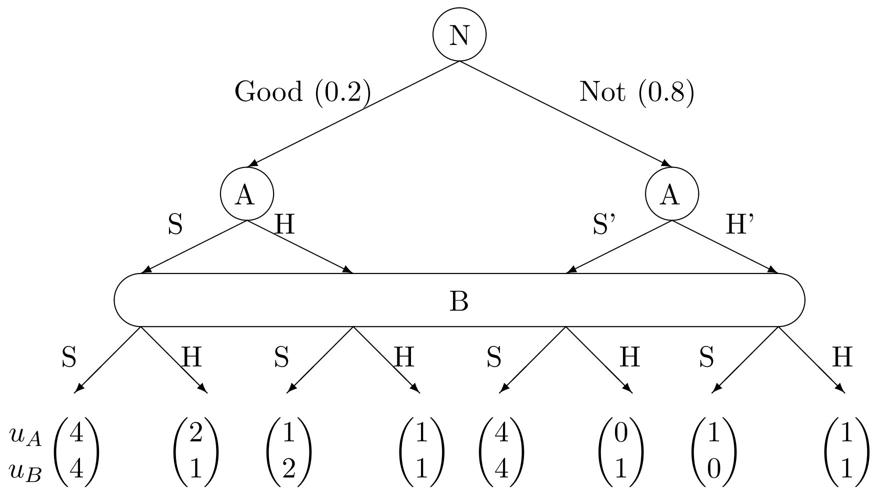
   最初に Nature が森の入り口に鹿の足跡があるかどうかを選ぶ。足跡がある状況を Good とし、その事前確率は 0.2、足跡がない状況を Not とし、その事前確率は 0.8 であるとする。足跡があるかどうかは森の入り口近くに住んでいる A には見えるが、森の端に住んでいる B には見えないとする。つまり A は informed player で、B は uninformed player である。

   A と B は連絡がとれず独立に、鹿狩りに森に入る (鹿は Stag なので S と書く) または家の近くでウサギ狩りをする (ウサギは Hare なので H と書く) のどちらかを選ぶ。A は状況を見た後で選べ

るので A の戦略は行動計画 (Good のときの行動、Not のときの行動）ということになる。（Good のときの行動は $\{S, H\}$ から選び、Not のときの行動は $\{S', H'\}$ から選ぶとする。）B の戦略は単に S または H である。

Good のときは、たとえ一人だけで森に入っても利得 2 が得られ、 2 人が同時に森に入ればそれぞれ 4 が得られる。Not のときは 2 人が同時に S を選んでいればそれぞれ利得 4 が得られるが、自分一人で森に入ると利得 0 となる。どちらの状況でも自分が H（または H'）を選ぶと相手の行動にかかわらず利得は 1 である。

以上のことは完備情報であるとする。これを図解すると以下のようになる。



(a) 期待利得を計算して、以下の表の利得部分を埋めることで誘導標準形を作りなさい。

A \ B	S	H
(S,S')		
(S,H')		
(H,S')		
(H,H')		

(b) (a) の誘導標準形から、純戦略の（ベイジアン）ナッシュ均衡を全て求めなさい。