

2019年度 ゲームの理論 a 演習第2回解答

Takako Fujiwara-Greve

1. (a) 最適反応に下線を引いた。

P1 \ P2	A	B
A	<u>1, 1</u>	0, 0
B	0, <u>0</u>	<u>0, 0</u>

したがって純戦略によるナッシュ均衡は2つあって (A,A) と (B,B) である。

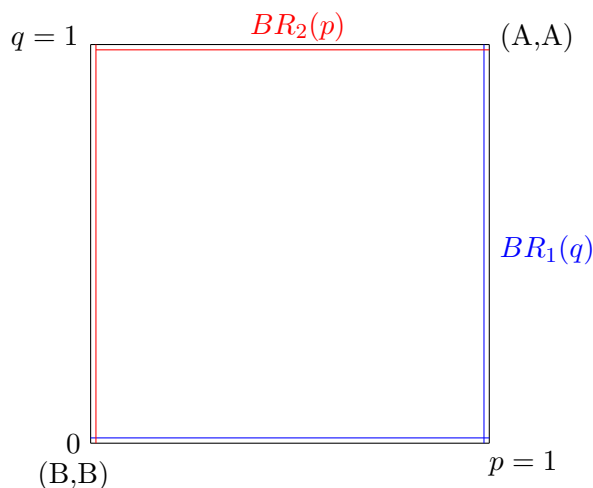
このゲームには厳密な混合戦略によるナッシュ均衡はない。これを見てみよう。P1の任意の混合戦略を A の確率 p ($0 \leq p \leq 1$) で、P2の任意の混合戦略を A の確率 q ($0 \leq q \leq 1$) で表すとする。すると P1の最適反応は

$$BR_1(q) = \begin{cases} 1 & \text{if } q > 0 \\ [0, 1] & \text{if } q = 0 \end{cases}$$

同様に P2の最適反応は

$$BR_2(p) = \begin{cases} 1 & \text{if } p > 0 \\ [0, 1] & \text{if } p = 0 \end{cases}$$

である。したがって下図のようになって交点は2つの端点 (純戦略均衡) のみである。

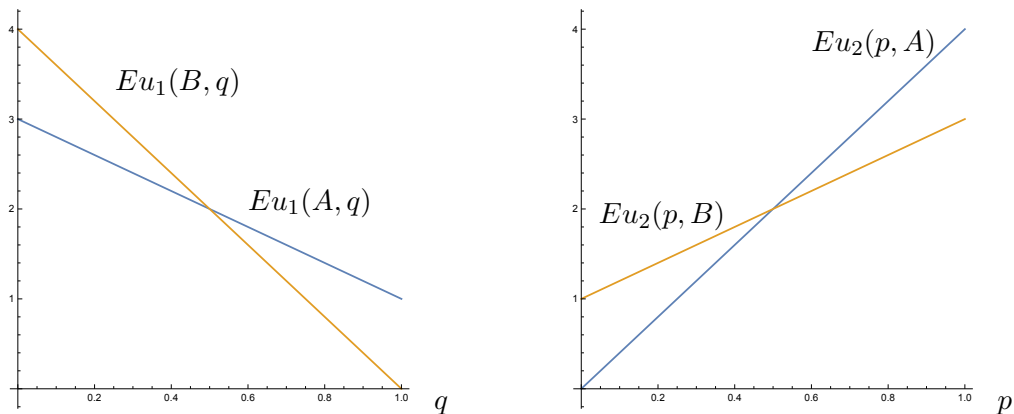


(b) 最適反応に下線を引いた。

P1 \ P2	A	B
A	<u>1, 4</u>	3, 3
B	0, 0	<u>4, 1</u>

したがって純戦略のナッシュ均衡はまた (A,A) と (B,B) である。

P1 の任意の混合戦略を A の確率 p ($0 \leq p \leq 1$) で、P2 の任意の混合戦略を A の確率 q ($0 \leq q \leq 1$) で表すとする。各プレイヤーの純戦略の期待利得をグラフにすると以下のようになる。



混合戦略の期待利得はこれらの加重平均のグラフとなる。

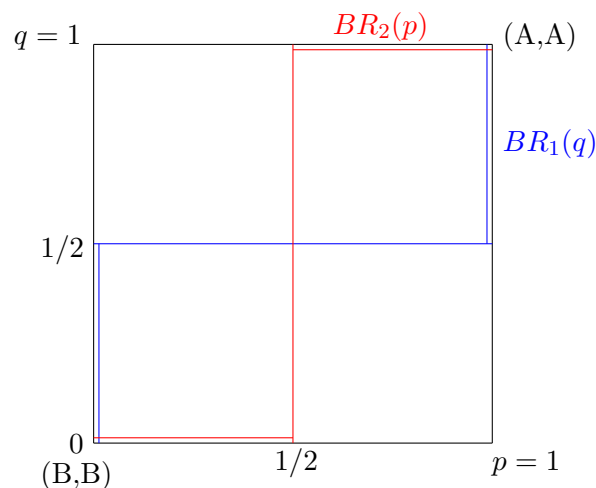
P1 の最適反応は

$$BR_1(q) = \begin{cases} 1 & \text{if } q > 1/2 \\ [0, 1] & \text{if } q = 1/2 \\ 0 & \text{if } q < 1/2 \end{cases}$$

同様に P2 の最適反応は

$$BR_2(p) = \begin{cases} 1 & \text{if } p > 1/2 \\ [0, 1] & \text{if } p = 1/2 \\ 0 & \text{if } p < 1/2 \end{cases}$$

である。したがって下図のようになって交点は2つの端点（純戦略均衡）と真ん中の混合戦略均衡 $((1/2, 1/2), (1/2, 1/2))$ である。（あるいは $(\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B, \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B)$ などいろいろな表記があり、読む人にわかればよい。）



2. (a) 文字の簡単化のため、Withdraw を W、Not を N と書く。利得は第 i 座標が P_i プレイヤーのものとする。

P1 \ P2	W	N
W	<u>0</u> , <u>0</u> , <u>0</u>	0, <u>0</u> , 0
N	<u>0</u> , 0, 0	<u>1</u> , <u>1</u> , 2

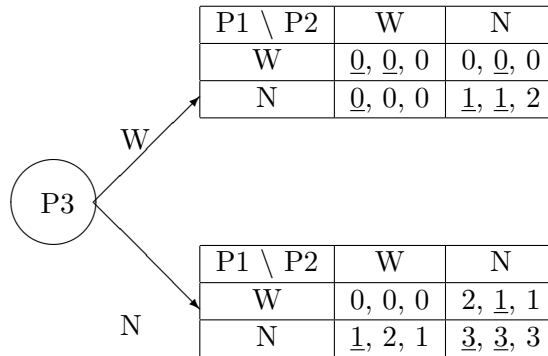
P3: W

P1 \ P2	W	N
W	0, 0, <u>0</u>	2, <u>1</u> , <u>1</u>
N	<u>1</u> , 2, <u>1</u>	<u>3</u> , <u>3</u> , <u>3</u>

P3: N

ゆえに純戦略のナッシュ均衡は2つあって取り付け騒ぎがおきる (W,W,W) と誰も預金を引き揚げない (N,N,N) である。

- (b) だいたいの樹形図は以下ようになる。(同時ゲームのところをさらに樹形図にしてもよいが、その部分ゲームのナッシュ均衡を求めるときには行列表現しておく方が便利。)



P3がWを選んだ場合の部分ゲームにおけるナッシュ均衡について場合分けして、2つの部分ゲーム完全均衡が存在する。P1とP2の純戦略はP3の行動(戦略)2つについてそれぞれ行動を決める関数 $s_i : \{W, N\} \rightarrow \{W, N\}$ ($i = 1, 2$) であるが、簡単に書くと (P3がWをした後の行動、P3がNをした後の行動) とすればよい。P3の純戦略はWとNという行動と同じである。

(s_3, s_1, s_2) の順に書くと $(N, (W, N), (W, N))$ と $(N, (N, N), (N, N))$ である。

3. (a) P1がメッセージAを受け取ったということは1,2,3,4のどれかが出たということであり、このときにP2にAというメッセージが送られるのは1または2の時だけなので、P2がAを受け取る条件付き確率は1/2である。
- (b) (a)の分析より、P1がメッセージAを聞いたとき、P2がメッセージAを受け取る、すなわち s^* のときは行動Aを選ぶ(条件付き)確率は1/2、P2がメッセージBを受け取って行動Bを選ぶ(条件付き)確率も1/2である。
P1がメッセージBを受け取ったとき、P2は必ずメッセージBを聞いていて、P2が行動Bを選ぶ(条件付き)確率は1である。
- (c) (b)の分析より、P1がメッセージAを聞いたときP2は半々の確率でAとBをしてくるということだから、P1が行動Aを選ぶことは(一つの)最適な行動である。P1がメッセージBを聞いたときはP2は確実にBをしてくるからP1の最適な行動はBである。まとめると s^* に従うことはP1にとって最適反応である。