

2019年度 ゲームの理論a 演習第1回 (自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

- 次回の講義の最初にレポートとして提出して下さい。白紙は出席とはみなしません。学部 (研究科)、学年、組、学籍番号、氏名を明記して下さい。表紙は要りません。
- 院生の方は採点して多少成績に加味します。学部生の方は出席としてカウントします。

AさんとBさんがある美術品のオークションに参加している。この美術品を価格 p を払って得た時のAさんの利得は $2-p$ 、Bさんの利得は $3-p$ であるとする。(単位は例えば100万円。)何も買わなかったら利得は0とする。

2人のプレイヤーは同時に入札価格を封印してオークションハウスに提出するという同時ゲームを考える。入札価格が戦略である。簡単化のため、Aさんは $S_A = \{1, 2, 3\}$ という戦略の集合を持ち、Bさんは $S_B = \{1, 2, 3, 4\}$ という戦略の集合を持つとする。売り手はいろいろなオークションルールを考えることができる。以下の全てのゲームは完備情報とする。

1. 第1価格・くじ引きタイプブレイクというオークションルールを考える。このルールでは、より高い入札価格をつけた方が勝ち、自分がつけた価格でこの美術品を買う。2人が同じ価格をつけたら、 $1/2$ の確率でそれぞれが勝つことにする。したがって、2人が同じ戦略 $s_A = s_B = s$ であるときAさんの利得は期待値で計算され、 $\frac{1}{2} \cdot (2-s) + \frac{1}{2} \cdot 0$ となり、Bさんの利得は $\frac{1}{2} \cdot (3-s) + \frac{1}{2} \cdot 0$ であるとする。

このときの同時ゲームの(双)行列表現は以下のような形になる。

A \ B	1	2	3	4
1	$\frac{1}{2}(2-1), \frac{1}{2}(3-1)$	0, 3-2	0, 3-3	0, 3-4
2	2-2, 0			
3	2-3, 0			

- (a) (双)行列表現の空いているところを埋めて完成させなさい。
 - (b) ナッシュ均衡を全て求めなさい。
 - (c) (b)のうち、売り手の収入(勝った人が払う金額)が最大になる均衡と、そのときの売り手の収入を求めなさい。
 - (d) 弱く支配されている戦略が含まれていないナッシュ均衡を全て求めなさい。
2. 第1価格オークションだが、タイプブレイクは名前のアルファベット順というルールを考える。つまり、より高い入札価格をつけた方が勝ち、自分がつけた価格でこの美術品を買うが、2人が同じ価格をつけたら、Aさんが勝ってその価格で買うことにする。
 - (a) このゲームの(双)行列表現を作りなさい。
 - (b) ナッシュ均衡を全て求めなさい。
 - (c) (b)のうち、売り手の収入(勝った人が払う金額)が最大になる均衡と、そのときの売り手の収入を求めなさい。
 - (d) 弱く支配されている戦略が含まれていないナッシュ均衡を全て求めなさい。
 3. 第2価格オークションで、くじ引きタイプブレイクルールを考える。このルールでは、より高い入札価格をつけた方が勝ち、そのとき支払う価格は2番目に高い価格(つまり負けた方がつけた価格)である。2人が同じ価格 s を付けたら、 $1/2$ の確率でそれぞれが勝つ。ただしこのときは2番目に高い価格というのもやはり s であることに注意する。

(裏に続く)

- (a) このゲームの（双）行列表現を作りなさい。
- (b) ナッシュ均衡を全て求めなさい。
- (c) (b)のうち、売り手の収入（勝った人が払う金額）が最大になる均衡と、そのときの売り手の収入を求めなさい。
- (d) 弱く支配されている戦略が 含まれていない ナッシュ均衡を全て求めなさい。