2018年度　ゲームの理論a 演習第3回（自宅学習用）

Takako Fujiwara-Greve

- 次回の講義の最初にレポートとして提出して下さい。白紙は出席とはみなしません。
  学部（研究科）、学年、組、学籍番号、氏名を明記して下さい。表紙は要りません。
- 院生の人は採点して多少成績に加味します。学部生の人は出席としてカウントします。

1. 以下の２人同時ゲーム G について考える。

P1 \ P2	L	M	R
A	0, 0	0, 1	4, 4
B	2, 8	7, 7	3, 1
C	1, 1	8, 2	1, 0

   (a) 純戦略のナッシュ均衡を全て求めなさい。

   (b) 純戦略によるプレイヤー $i \in \{1,2\}$ の minmax 値は以下のように定義される。（ここで $A_1 = \{A, B, C\}$, $A_2 = \{L, M, R\}$ で、 $j \neq i$ が相手プレイヤーである。）

$$\underline{v}_i = \min_{a_j \in A_j} \max_{a_i \in A_i} u_i(a_i, a_j).$$

   (a) で求めた純戦略によるナッシュ均衡のどれについても、プレイヤー i の利得が $\underline{v}_i$ 以上であることを確認しなさい。（つまり、各プレイヤー i の $\underline{v}_i$ をまず求めて、それと比べる。）

   (c) 同時ゲーム G を２回繰り返し、２回の利得を足したものを利得とする完全モニタリングの繰り返しゲーム G^2 において、１回目に (B,M) を行うような部分ゲーム完全均衡はあるか？あれば一つ作りなさい。（それが部分ゲーム完全均衡であることも証明する。）なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。

2. ある複占市場において、企業１と企業２がベルトラン競争を行なっている。企業１の総費用関数は $TC_1(q_1) = 3 \cdot q_1$ であることは共有知識であるが、企業２の総費用関数は $TC_2(q_2) = 4 \cdot q_2$ または $2 \cdot q_2$ である可能性があり、事前確率は 1/2 ずつであるとする。このことは共有知識であるとして、ベイジアン・ナッシュ均衡を求める。限界費用が 4 である企業２を H タイプ、2 である企業２を L タイプと呼ぶ。

   ２企業が同時に価格 (p_1, p_2) を選んだとき、企業 i が得られる需要量は

$$q_i(p_i, p_j) = 15 - 2p_i + p_j$$

   であるとする。[1]

   ベイジアンフレームワークを採用し、最初に Nature が企業２のタイプ $t \in \{H, L\}$ を 1/2 ずつの確率で選び、タイプ t の企業２はそれを知ってから価格 p_2^t を、企業１はそれを知らずに価格 p_1 を選んでゲームが終わるとする、３人ゲームとして分析する。

   (a) 企業１が価格（戦略）p_1 を選び、タイプ t の企業２が価格 p_2^t を選ぶとき、企業１の期待利潤 $E\Pi_1(p_1, p_2^H, p_2^L)$ と各タイプの企業２の利潤 $\Pi_2^t(p_2^t, p_1)$ を（全プレイヤーまたは関係プレイヤーの）価格の関数として書きなさい。

   (b) ベイジアン・ナッシュ均衡 $(p_1^*, p_2^{*H}, p_2^{*L})$ を求めなさい。

[1] 正確には $q_i(p_i, p_j) = \max\{15 - 2p_i + p_j, 0\}$ だが、均衡の周辺ではどちらの企業も正の需要があると予想して計算すればよい。