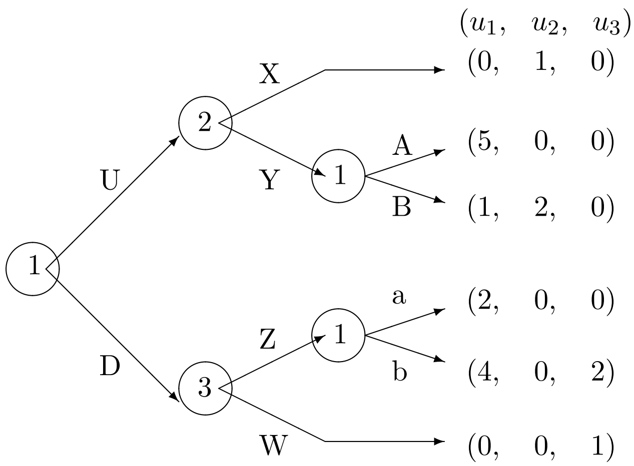
2017年度　ゲームの理論a 演習第3回（45分）

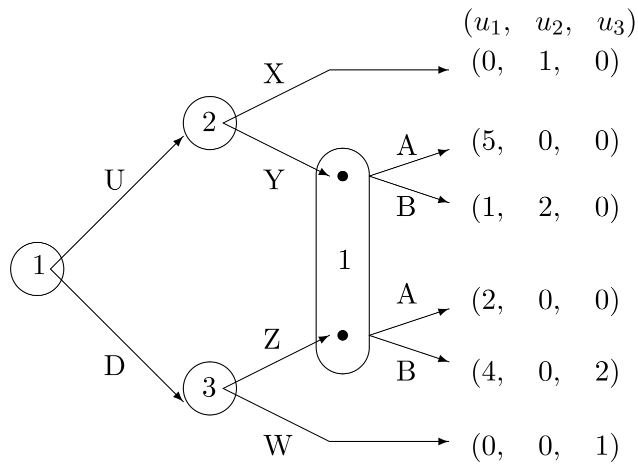
Takako Fujiwara-Greve

- 白紙は出席とはみなしません。
- 講義ノート、テキスト等を見てもいいですが、お友達と相談せず自力でやりましょう。
- 院生の人は採点して多少成績に加味します。学部生の人は出席としてカウントします。

1. 以下の樹形図で表される3人展開形ゲーム (a), (b) それぞれについて、純戦略による部分ゲーム完全均衡を全て求めなさい。



Game (a)



Game (b)

2. 以下の2人同時ゲーム G を考える。

P1 \ P2	L	C	R
T	5, 5	0, 7	0, 0
M	6, 0	3, 3	1, 4
B	1, 1	0, 1	2, 2

(a) G の実現可能な利得ベクトルの集合を図示しなさい。横軸を P1 の利得、縦軸を P2 の利得とすること。

(b) G を1回だけ行うときの純戦略によるナッシュ均衡を全て求めなさい。

(c) G を無限回行い、段階ゲーム G からの利得を割引因子 $\delta \in (0,1)$ を用いて期が経つごとに割引いて足す「割引総和」を利得とする無限回繰り返しゲーム $G^{\infty}(\delta)$ を考える。以下のグリム・トリガー戦略の組み合わせが $G^{\infty}(\delta)$ の部分ゲーム完全均衡となるような δ の範囲を求めなさい。

G の純戦略によるナッシュ均衡の中で P1 の利得が最も高いものを (a_1^*, a_2^*) とする。
• P1 の戦略：第1期は T を、第2期以降はそれまでの歴史がずっと (T, L) だったら T を、そうでなかったら a_1^* を行う。
• P2 の戦略：第1期は L を、第2期以降はそれまでの歴史がずっと (T, L) だったら L を、そうでなかったら a_2^* を行う。

(裏に続く)

3. 前回の講義でやった、利得関数が共有知識でないクールノー・ゲームをベイジアンゲームにした分析を完成させる。企業 1 と 2 が同時に生産量を選ぶゲームだが、企業 1 の限界費用が完全には共有知識でない。ただし限界費用関数が $c \cdot q$ という線形であることはわかっていて、係数 c の候補は c_ℓ と c_h だけであることはわかっている。$(0 < c_\ell < c_h < A)$

まず自然 (Nature) が企業 1 の限界費用を選ぶ。確率 p で c_h、確率 $(1-p)$ で c_ℓ となるとする。企業 1 はどちらの限界費用になったかを知ってから生産量を選ぶ。これをさらに分解して、費用関数に応じた「タイプ」をプレイヤーとする。c_h タイプの企業 1 の戦略は q_{1h}、c_ℓ タイプの企業 1 の戦略を $q_{1\ell}$ と書く。企業 2 は自然の選択も企業 1 の各タイプの選択も知らず、q_2 を選んでゲームは終わる。以上のことは共有知識とする。

c_h タイプの企業 1 の利得関数は

$$u_{1h}(q_{1h}, q_2) = (A - q_{1h} - q_2)q_{1h} - c_h \cdot q_{1h},$$

c_ℓ タイプの企業 1 の利得関数は

$$u_{1\ell}(q_{1\ell}, q_2) = (A - q_{1\ell} - q_2)q_{1\ell} - c_\ell \cdot q_{1\ell},$$

企業 2 の期待利得関数は

$$Eu_2(q_{1h}, q_{1\ell}, q_2) = [A - \{p \cdot q_{1h} + (1-p)q_{1\ell}\} - q_2]q_2 - c_2 \cdot q_2.$$

(a) 企業 2 の生産量（戦略）が q_2 であるとき、企業 1 の各タイプ $j = h, \ell$ の最適反応が $BR_{1j} = \frac{1}{2}(A - q_2 - c_j)$ という数量であることを証明しなさい。

(b) 企業 1 の各タイプの生産量（戦略）の組み合わせが $(q_{1h}, q_{1\ell})$ であるときの企業 2 の最適反応 $BR_2(q_{1h}, q_{1\ell})$ を求めなさい。

(c) この 3 人ゲームのナッシュ均衡を求めなさい。（これが、このベイジアン・ゲームの「ベイジアン・ナッシュ均衡」である。）

(d) （おまけ：院生の人は企業 2 の均衡戦略がモデルのパラメターである p の変化につれてどう変化するか、比較静学分析をしなさい。）