

2017年度 ゲームの理論 a 演習第2回 (自宅学習用)

Takako Fujiwara-Greve

- 次回の講義の最初にレポートとして提出して下さい。白紙は出席とはみなしません。学部 (研究科)、学年、組、学籍番号、氏名を明記して下さい。表紙は要りません。
 - 院生の方は採点して多少成績に加味します。学部生の方は出席としてカウントします。
1. 男1と男2の展開形ゲームを考える。男1が怪談をしていたが、男2はずっと「そんなものは怖くない」とばかり言っていた。そのうち男1が怒って「じゃあお前は何か怖いものがあるのか、言ってみろ」と言う。男2は「世の中でもっとも怖いのはまんじゅうだ。」と小声で言って自分の長屋に帰って寝てしまう。
- さて、男1は「まんじゅうをたくさん買って来て男2の長屋に投げ込む」(行動 Buy)と「何もしない」(行動 Not)の2つの行動から選ぶことでゲームが始まる。男1がNotを選べばそこでゲームは終わる。男1がBuyを選べば、男2の手番になり(男2は無論相手がBuyを選んだことはわかる)、「こわがって大騒ぎする」(行動 Scream)または「普通に食べる」(行動 Eat)のどちらかを選択してゲームが終わるとする。
- 男1の利得は、自分がBuyを選んだあと男2がScreamを選ぶと最大の10となり、男2がEatを選ぶと-3、自分が何もしないと0だとする。
- 男2の利得は、相手がBuyを選んだあと自分がEatを選ぶと最大の10となり、Screamを選ぶと-1、男1がNotを選ぶと0とする。
- このゲームは完備、完全情報であるとする。
- (a) この展開形ゲームの樹形図を描きなさい。
 - (b) 誘導標準形にしてナッシュ均衡を混合戦略の範囲で全て求めなさい。(これはやや難しい。)
 - (c) 後ろ向き帰納法による解を全て求めなさい。
2. 男1は自分がBuyを選んだら男2が必ずScreamするという可能性があるかと踏んでいるとする。また、このことは男2も知っているとする。そこで、新しい展開形ゲームを考える。
- ゲームの最初では、男1がBuyまたはNotを選ぶ。男1がBuyを選んだら、Natureが確率 $p(0 \leq p \leq 1)$ で、こわがりタイプの男2を、残りの確率で問い1タイプの男2を選ぶとする。これら2タイプの男2は分析においては別人と考え、こわがりタイプの男2は $2w$ とし、問い1タイプの男2を $2s$ とする。
- Natureが(確率 p で)こわがりタイプの男 $2w$ を選んだ場合、必ずScreamが選ばれゲームが終わる。このとき、男1は利得10を得、男 $2w$ は-1を得る(しかしこのタイプの男2には選択肢がないことに注意)。問い1タイプの男 $2s$ は手番がないが、利得としては0を得るとする。
- Natureが(確率 $1-p$ で)問い1に出てくるタイプの男 $2s$ を選んだときは、男 $2s$ はこれまでの経緯を完全に知って(1点から成る情報集合を持つ)、ScreamまたはEatを選び、ゲームが終わる。このときの男 $2s$ と男1の利得は問い1のときと同じとする。男 $2w$ は手番がないが、利得は何がおきても0とする。
- 男1がNotを選んだらゲームは終わり、男1も、どちらのタイプの男2も利得0を得る。
- (a) このゲームの樹形図を描きなさい。Natureの選択肢には選択肢の名前と確率を明記すること。
 - (b) 各プレイヤーは自分の利得の期待値を最大にするとする。後ろ向き帰納法の解の経路上で男1がBuyを選ぶものが存在する p はあるか?あるならその範囲の p を求めなさい。なければどうしてないかを論理的に説明しなさい。