

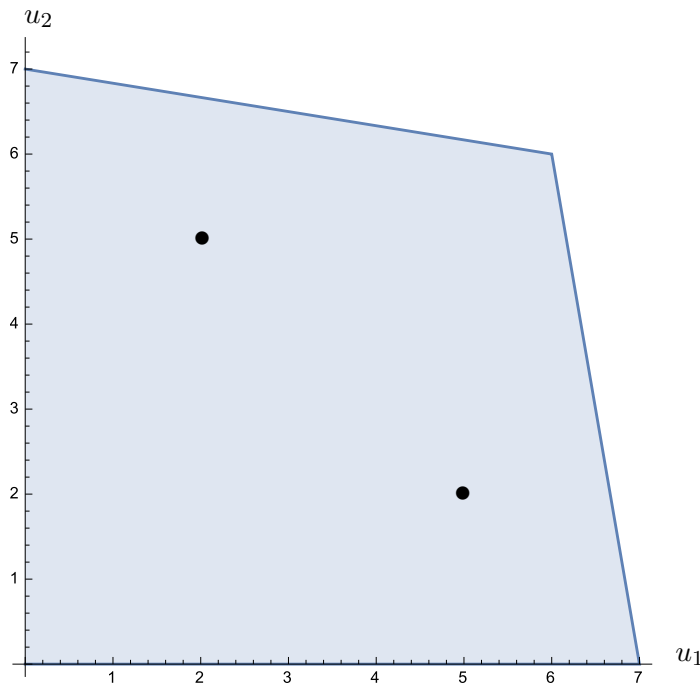
2016年度 ゲームの理論 a 演習第3回解答
 グレーヴァ香子

1. (a) 最適反応に下線を引く。

P1 \ P2	a	b	c
A	0, 0	<u>7</u> , 0	<u>5</u> , <u>2</u>
B	0, 0	6, 6	0, <u>7</u>
C	<u>2</u> , <u>5</u>	0, 0	0, 0

ゆえに、純戦略によるナッシュ均衡は2つあって、(C, a) と (A, c)。

(b) 以下の影を付けた部分。(純戦略の組み合わせで実現可能なのは端点と2つの黒丸。)



(c) P1の純戦略の集合は例えば以下のように、第1期の行動と第2期の条件付き行動計画のペアの集合として書ける。

$$\{(s_{11}, s_{12}) \mid s_{11} \in \{A, B, C\}, s_{12} : \{A, B, C\} \times \{a, b, c\} \rightarrow \{A, B, C\}\}$$

この他、起こりうる歴史を列挙して、それらについて $\{A, B, C\}$ のどれかを割り当てる関数としてもよい。

P2の純戦略の集合も同様にすると

$$\{(s_{21}, s_{22}) \mid s_{21} \in \{a, b, c\}, s_{22} : \{A, B, C\} \times \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}\}.$$

(d) ない。(B, b)は段階ゲームのナッシュ均衡ではないから、第1期目に逸脱したら、第2期目に罰を与え、第1期目に(B, b)をしたらアメが与えられるようにしなくてはならない。しかし、第1期目には両プレイヤーに逸脱の誘因がある。例えば、P1だけが裏切って(A,b)になったときは(C,a)というナッシュ均衡を2期目に行うという設定を考えると、P1が(B, b)に従ったときは2期目に(A, c)均衡をするべきということになる。しかし、これではP2が(B, b)から逸脱したとしても(A,c)均衡以上の罰を与えない。

2. (a) これは日吉の復習。独占企業の利潤は

$$\Pi = (10 - p)(p - 2)$$

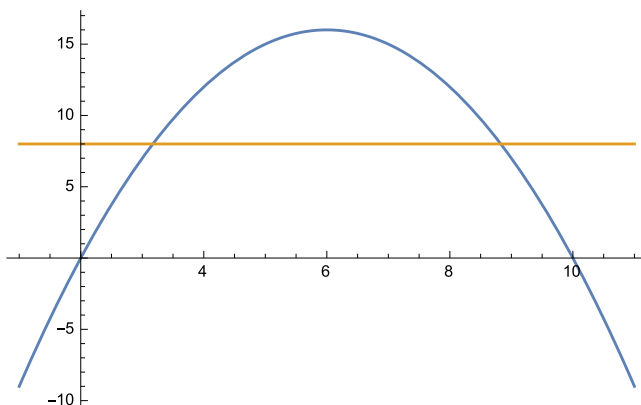
と書けるので（設問 (b) にヒントが書いてある！） p の 2 次関数で上に凸である。従って一階の条件を調べればよく、

$$\Pi' = 10 - p - (p - 2) = 0 \iff p^M = 6.$$

- (b) 相手が $p^M = 6$ という価格を付けてきたとき、それより少しでも安い p_i をつければ、市場を独占できるので、利潤は

$$\pi_i(p_i, p^M) = (10 - p_i)(p_i - 2)$$

となる。実際に $p < 6$ の範囲でこの利潤が、 p^M に従ったときの利潤より高くなるものが存在すればよい。 p^M に従ったときの利潤は $\pi_i(6, 6) = \frac{1}{2}(10 - 6)(6 - 2) = 8$ である。例えば $p = 5.99$ にすると $\pi_i(5.99, 6) = 15.99$ なので、 p^M を付けたときより利潤が高くなる。（下図を見ればわかるように、そのような p はたくさんある。どれでも具体的に一つ出せばよい。）



- (c) 経路上（第 1 期が、誰も $(6, 6)$ から逸脱していない歴史の後）ではずっと $8, 8, \dots$ の利得を得るので割引総和は $8/(1 - \delta)$ が得られる。One-Step Deviation Principle より 1 期間だけ逸脱し、あとはグリム・トリガー戦略に戻るということを考える。このような逸脱が $8/(1 - \delta)$ より高い総利得を与えなければグリム・トリガー戦略が最適である。もっとも早い逸脱は $5.99\dots$ という 6 に限りなく近いが 6 より小さい実数を選ぶことであるが、正確にはそのような実数は存在しないので、1 期間でもっとも賢い逸脱からは「ほぼ」16 の利得をもらい、その後はグリム・トリガー戦略に従うと限界費用価格 $p = 2$ に陥るので、利得は $0, 0, \dots$ になると考える。つまり、どのように 1 期間だけうまく逸脱しても、

$$16 + \delta \cdot 0 + \delta^2 \cdot 0 + \dots$$

以上の利得は得られない。これが $8/(1 - \delta)$ より大きくないという条件は

$$\frac{8}{1 - \delta} \geq 16$$

すなわち $\delta \geq 1/2$ となる。

また、経路外の任意の部分ゲーム（誰かがどこかで $(6, 6)$ から逸脱した歴史の後）を考えると、両者が $p = 2$ を付け続けるというのがグリム・トリガー戦略である。これも

ナッシュ均衡である。なぜなら、どのようにうまく1期間だけ逸脱したとしても、次期からグリム・トリガー戦略に従うとすると将来利得はずっと0であり、今期も2より高い価格を付ければ利潤は0、低い価格を付けたら需要はあるが利潤は負になるからである。

したがって、グリム・トリガー戦略が部分ゲーム完全均衡になるための δ の下限は $1/2$ である。

- (d) 独禁法で独占企業を分割したとしても談合されては独占価格が続くということになる、など。お話全体を見て考えて欲しい。