

2016年度 ゲームの理論 a 演習第2回解答

グレーヴァ香子

1. 背理法の仮定として、 $Eu_1(A, x) \neq Eu_1(B, x)$ であったとしてみる。一般性を失わず、 $Eu_1(A, x) > Eu_1(B, x)$ だとすると、

$$Eu_1(A, x) > pEu_1(A, x) + (1-p)Eu_1(B, x) = Eu_1(pA + (1-p)B, x)$$

となるが、これでは、相手がナッシュ均衡の戦略 x をプレイしているときに、純戦略 A が存在して、ナッシュ均衡の利得 $Eu_1(pA + (1-p)B, x)$ より高いものをプレイヤー1に与えることになり、矛盾。□

2. (a) プレイヤー2の純戦略は上の情報集合と下の情報集合のそれぞれで行動を決めるという行動計画であるから、 bb' のように表すとする。純戦略は4つある。プレイヤー1の純戦略は B または C の2つである。誘導標準形は以下のようになり、最適反応に下線を付けてある。(行動の組み合わせ (B, b) と (C, c') が 経路上で起こる ところが正の利得の組み合わせになっている。)

P1 \ P2	bb'	bc'	cb'	cc'
B	<u>2</u> , <u>1</u>	<u>2</u> , <u>1</u>	<u>0</u> , 0	0, 0
C	0, 0	1, <u>2</u>	<u>0</u> , 0	<u>1</u> , <u>2</u>

したがって、純戦略のナッシュ均衡は (B, bb') , (B, bc') , (C, cc') の3つである。

- (b) 一見すると似ているが、情報の違いがゲームを異なるものになっている。プレイヤー2はただ一つの情報集合を持っているので、そこで選べるのは2つの行動、これらが純戦略である。誘導標準形は以下のようになり、最適反応に下線を付けてある。

P1 \ P2	b	c
B	<u>2</u> , <u>1</u>	0, 0
C	0, 0	<u>1</u> , <u>2</u>

これは通常の待ち合わせゲーム (Battle of the Sexes) なので、 (B, b) と (C, c) の2つが純戦略のナッシュ均衡である。

3. 「最後」の情報集合は2つあり、両方ともプレイヤー2のものである。上の情報集合では $P2$ は b を選び、下では c' を選ぶのが最適 (一人ゲームのナッシュ均衡) である。

一つ戻って、プレイヤー1の情報集合で考える。プレイヤー2の今後の戦略を所与とすると、プレイヤー1が B を選ぶと利得は2, C を選ぶと1となるので、 B を選ぶのが最適である。

まとめて、 (B, bc') が後ろ向き帰納法によるただ一つの均衡である。