

潜在生産能力の有効利用

時間の経過を通じて資源を有効に利用し続けるためには、消費と投資の配分を適切に決めなければならない。

I. 生産能力の再生産

A. 潜在生産能力を決定する基本条件

1. 資源

- a. 自然資源
- b. 資本ストック
- c. 労働（数，質）

2. 技術

B. 有効利用の条件

1. 完全利用
2. 効率的な配分
3. 効用最大化の配分

II. 簡単な例による説明

A. 1 期間の問題

1. 効用関数

$$u = u(x, y)$$

2. 生産可能性曲線（消費可能性曲線）

$$T(x, y) = 0$$

3. 有効利用の条件

$$\frac{u_x}{u_y} = \frac{T_x}{T_y}$$

B. 2 期間の問題

1. 効用関数

$$u = u(c_1, c_2)$$

2. 消費と投資

$$y = c_1 + z$$

3. 生産関数

$$c_2 = f(k), \quad k = k_0 + z$$

4. 有効利用の条件

$$\frac{u_1}{u_2} = f'(k)$$

III. ラムゼイ問題

A. 一般形

1. 問題

$$\max_{\{c\}\{l\}} : \int_0^{\infty} u(c, l) e^{-\rho t} dt$$

$$\dot{k} = f(k, l) - c - \delta k$$

2. 最適化の必要条件

a. 現在価値ハミルトニアンによる場合

$$\mathcal{H}_c = 0, \quad \mathcal{H}_l = 0$$

$$\dot{q} = -\mathcal{H}_k$$

$$\mathcal{H} = u(c, l) e^{-\rho t} + q[f(k, l) - c - \delta k]$$

b. 経過価値ハミルトニアンによる場合

$$\mathcal{H}_c^* = 0, \quad \mathcal{H}_l^* = 0$$

$$\dot{q}^* = \rho q^* - \mathcal{H}_k^*$$

$$\mathcal{H}^* = u(c, l) + q[f(k, l) - c - \delta k]$$

3. 同時条件と通時条件

$$u_c(c, l) - q^* = 0, \quad u_l(c, l) + q^* f_l(k, l) = 0$$

$$\dot{q}^* = [\rho + \delta - f_k(k, l)] q^*$$

4. 横断条件

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q^* k = 0$$

B. ラムゼイの原形

1. 問題

$$\min \int_0^{\infty} [B - u(c, l)] dt$$

$$\dot{k} = f(k, l) - c - \delta k$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} u(c, l) \leq B$$

2. 特徴

a. 将来効用の割引率ゼロ

b. 至福点の存在

参考文献

Lectures. Chapter 2.

Ramsey, Frank P. (1928) “A Mathematical Theory of Saving.” *Economic Journal* 38: 543–549.

Arrow, Kenneth J. and Mordecai Kurz (1970) *Public Investment, the Rate of Return and Optimal Fiscal Policy*. Baltimore, Maryland: Johns Hopkins Press.