合理的期待仮説

ミュースの「合理的期待」は，期待を含む理論モデルを完結させるための一条件である．この条件は，ワルラス均衡の実現を保証するものではない．

I. ミュースの孤立市場モデル

A. モデルの構造

1. 供給関数

$$X^S = a + bP^e + u, \qquad \mathrm{E}[u] = 0$$

2. 需要関数

$$X^D = c - dP$$

3. 均衡条件

$$X^S = X^D$$

B. ミュースの合理的期待仮説

1. 仮説の要点
   - a. 仮説の前提：　均衡値がその予想値に依存　$P^* = P(P^e) + u$
   - b. 仮説の主張：　均衡値の分布の平均と予想値の一致　$P^e = \mathrm{E}[P^*]$
2. 孤立市場モデルの場合
   - a. 期待と均衡価格

$$a + bP^e + u = c - dP$$

$$P^* = \frac{c-a}{d} - \frac{b}{d}P^e - \frac{u}{d}, \qquad \mathrm{E}[P^*] = \frac{c-a}{d} - \frac{b}{d}P^e$$

   - b. 合理的期待

$$P^e = \mathrm{E}[P^*] : \qquad P^e = \frac{c-a}{d} - \frac{b}{d}P^e, \qquad P^e = \frac{c-a}{b+d}$$

$$\mathrm{E}[P^*] = \frac{c-a}{b+d}, \qquad \mathrm{E}[X^*] = \frac{ad+bc}{b+d}$$

3. 均衡分析の基本条件
   - a. モデルの完結
   - b. 主体の行動を定める価格と市場均衡価格の一致

II. 撹乱要因の確率的特性と価格予測

A. モデルの再構成

1. 均衡値の平均からの乖離

$$x^S = X^S - \mathrm{E}[X^*], \quad x^D = X^D - \mathrm{E}[X^*]$$

$$p^e = P^e - \mathrm{E}[P^*], \quad p = P - \mathrm{E}[P^*]$$

2. モデル

$$x_t^S = bp_t^e + u_t, \quad x_t^D = -dp_t, \quad x_t^S = x_t^D$$

$$u_t = \varepsilon_t + w_1\varepsilon_{t-1} + w_2\varepsilon_{t-2} + \cdots$$

$$\mathrm{E}[\varepsilon_t] = 0, \quad \mathrm{E}[\varepsilon_t^2] = \sigma^2, \quad \mathrm{E}[\varepsilon_t\varepsilon_{t'}] = 0, \quad t' \neq t \quad \text{（白色雑音）}$$

3. 合理的期待下の解

a. 需要供給均衡条件

$$bp_t^e + u_t = -dp_t, \qquad p_t^* = -\frac{b}{d}p_t^e - \frac{1}{d}u_t$$

b. 合理的期待

$$p_t^e = \mathrm{E}[p_t^*|I_{t-1}], \quad p_t^e = -\frac{b}{d}p_t^e - \frac{1}{d}\mathrm{E}[u_t|I_{t-1}], \quad I_{t-1} = \{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \cdots\}$$

$$p_t^e = \mathrm{E}[p^*|I_{t-1}] = -\frac{1}{b+d}\mathrm{E}[u_t|I_{t-1}] = W_1\varepsilon_{t-1} + W_2\varepsilon_{t-2} + \cdots$$

c. 価格の変動

$$p_t = W_0\varepsilon_t + W_1\varepsilon_{t-1} + W_2\varepsilon_{t-2} + \cdots$$

$$W_0 = -\frac{1}{d}, \qquad W_i = -\frac{1}{b+d}w_i, \quad i = 1, 2, \cdots$$

B. 合理的期待仮説の下での価格予測

1. 過去の価格による表現　　$w_1 = w_2 = \cdots = 1$ の場合

$$E[p_t^*|I_{t-1}] = \frac{d}{b}\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{b}{b+d}\right)^i p_{t-i}$$

または

$$E[p_t^*|I_{t-1}] = \beta\sum_{i=1}^{\infty}(1-\beta)^{i-1}p_{t-i}, \qquad \beta = \frac{d}{b+d}$$

同値の表現

$$p_t^e = p_{t-1}^e + \beta(p_{t-1} - p_{t-1}^e)$$

これは適応期待 adaptive expectations の公式と同形である．したがって，もし適応期待の係数が $\beta = d/(b+d)$ に等しいならば，適応期待に従う予想と合理的期待に従う予想とは一致する．

2. 完全予見との相違

b. 合理的期待

$$p_{t+\theta,t}^e = \mathrm{E}[p_{t+\theta}|I_t] = W_\theta\varepsilon_t + W_{\theta+1}\varepsilon_{t-1} + \cdots$$

(1) 予想を形成する時点までの ε の値のみが知られている．

(2) 時間が経過し情報集合が変化するにともない，価格予想値は変化する．

a. 完全予見

$$p_{t+\theta}^f = W_0\varepsilon_{t+\theta} + W_1\varepsilon_{t+\theta-1} + W_2\varepsilon_{t+\theta-2} + \cdots$$

(1) 過去から将来にわたるすべての ε の値が知られている.
(2) 時間が経過しても，各時点の価格予想値は不変.

III. マクロ経済モデルへの応用

A. 経済の構造

1. 総需要関数と総供給関数

$$y = a - b\pi + u, \quad E[u] = 0$$

$$y = \bar{y} + (\pi - \beta\pi^e) + v, \quad E[v] = 0, \quad 0 < \beta \le 1$$

2. 合理的期待の均衡

a. 物価水準の決定

$$\pi^* = \frac{1}{1+b}[a - \bar{y} + \beta\pi^e + (u - v)]$$

$$E[\pi^*] = \frac{1}{1+b}[a - \bar{y} + \beta\pi^e]$$

b. 合理的期待　$\mathrm{E}[\pi^*] = \pi^e$

$$E[\pi^*] = \frac{a - \bar{y}}{1 - \beta + b}$$

$$E[y^*] = \frac{(1-\beta)a + b\bar{y}}{1 - \beta + b}$$

B. ケインズ政策の効果

1. 財政金融政策が物価および国民所得に及ぼす影響

$$\frac{dE[\pi^*]}{da} = \frac{1}{1 - \beta + b}$$

$$\frac{dE[y^*]}{da} = \frac{1 - \beta}{1 - \beta + b}$$

2. ルーカス型供給関数（$\beta = 1$）

$$y = \bar{y} + (\pi - \pi^e) + v, \quad E[v] = 0$$

$$E[y] = \bar{y} + E[\pi] - \pi^e$$

参考文献

Robert E. Lucas (1987) *Models of Business Cycles.* Oxford: Basil Blackwell.

John F. Muth (1961) “Rational Expectations and the Theory of Price Movements.” *Econometrica* 29: 315–335.

Hiroshi Yoshikawa (1980) “The Effectiveness of Monetary Policy in Two Macroeconomic Models with Rational Expectations.” *Economic Studies Quarterly* 31: 128–138.