失業とインフレーション

1　フィリップスの研究

貨幣賃金率の上昇率と失業率の関係　フィリップスは，イギリス（ United Kingdom ）の1861年から1957年にわたる観察から，失業率と貨幣賃金率の上昇率に安定した関係があることを発見した．フィリップスは，観察期間を1861年から1913年までと1914年以降の二つに分けて，(1) はじめの半分で関係を確立，そののち（2）あとの半分の観察がこの関係に適合することを示す．その結果はつぎの２点に要約される．

1. 平均的な賃金上昇率と失業率とのあいだに

$$\log_{10}(z + 0.900) = 0.984 - 1.394 \log_{10} u$$

   あるいは

$$z + 0.900 = 9.638u^{-1.394}$$

   ここで z，u はそれぞれ，いずれも百分率（%）で表した貨幣賃金率の上昇率，失業率である．この式は，失業率が小さいほど貨幣賃金率の上昇率が高くなることを示している．貨幣賃金率は，失業率 $\bar{u} = 5.5$ を境として，失業率がこれより小さいとき上昇し，これよりも大きいとき下落する．この関係を一般的に示せばつぎのようになる．

$$z = \phi(u), \quad \phi(\bar{u}) = 0, \quad \phi'(u) < 0$$

2. 景気変動の過程を通じてこの関係を観察すると，この曲線を中心として，両者の関係は反時計回りのループを描く．

推定の方法

1. 貨幣賃金率の上昇率の測定

$$\Delta w_t = \frac{w_{t+1} - w_{t-1}}{2}, \quad z = \frac{\Delta w_t}{w_t} \times 100$$

2. 曲線の当てはめ　　失業率の観察値を６区間に分け，区間ごとの賃金上昇率の平均値を見る．
   区間分割：　$\{0, 2, 3, 4, 5, 7, 11\}$

価格調整の理論

1. 超過需要の大きさが賃金率の上昇率を定める．
   (a) 超過需要率が大きいほど賃金率の上昇は速い．

$$z = \phi(x), \quad \phi(0) = 0, \quad \phi'(x) > 0, \quad x = \frac{N - L}{L}$$

   (b) 非対称：上昇は速く（正の超過需要），下降は遅い（負の超過需要）．

2. 失業率と超過需要率の関係：　ベヴァリッジ曲線の関係を $v = B(u)$ で表すと

$$x = \frac{N-L}{L} = \frac{1-u}{1-v} \cdot v - u = \frac{1-u}{1-B(u)} \cdot B(u) - u$$

この関係を $x = f(u)$ とすると

$$f'(u) < 0, \quad f(\bar{u}) = 0$$

3. 貨幣賃金率の上昇率は，失業率の時間変化率の影響を受ける．
   (a) 失業率が減少する局面では，貨幣賃金率の上昇率は高い．
   (b) 失業率が増加する局面では，貨幣賃金率の上昇率は低い．

物価の上昇が貨幣賃金率の関係　$z = \phi(u)$ の関係は，輸入物価の顕著な上昇がない限り，物価上昇が生計費を通じて貨幣賃金率におよぼす影響をすでに含んでいるとフィリップスは見る．

> employers will merely be giving under the name of cost of living adjustments part of the wage increases which they would in any case have given as a result of their competitive bidding for labour ...　　Phillips (1958), p. 284.

物価上昇率がゼロのときの貨幣賃金上昇率を境として，物価上昇率がその率を超えない限り貨幣賃金上昇率には影響を与えないというのがフィリップスの仮説である．

一方，国内物価上昇率は貨幣賃金率の上昇率，輸入物価の上昇率，労働生産性の上昇率によってつぎのように定まるとする．

$$\pi = (1-\theta)z + \theta x - \lambda$$

ここで π は国内物価上昇率，x は輸入物価上昇率，λ は労働生産性上昇率，θ は輸入物価上昇率の国内物価上昇率への寄与度である．貨幣賃金率の上昇率の決定に関して，国内物価上昇の影響を考慮しなければならないのは，このようにして定まる国内物価上昇率が $\phi(u)$ で定まる貨幣賃金率の上昇率を超えるとき，すなわち

$$(1-\theta)\phi(u) + \theta x - \lambda > \phi(u), \quad \text{したがって} \quad x > \phi(u) + \frac{\lambda}{\theta}$$

のときである．これはフィリップスの，観察事実の読みによるものであろう．

これに対してリプシーはつぎの計測結果を示し，フィリップスの境界値仮説を否定する．

$$\frac{\Delta w}{w} = -1.21 + 6.45u^{-1} + 2.26u^{-2} - 0.19\frac{\Delta u}{u} + 0.21\frac{\Delta p}{p}$$

2　その他の研究

2.1　フィッシャー

アメリカ合衆国における物価と雇用，1915–1923　卸売物価指数の変化率と雇用の短期変動とのあいだの相関関係．卸売物価と取引数量指数の相関関係に関する1925年の論文を基礎とする．

1. 物価上昇率と雇用量のあいだに正の相関関係がある．相関係数：0.900（取引数量指数の場合は 0.941.）

2. 物価上昇の雇用量への影響には時間の遅れがある．
   (a) 遅れの配分は対数正規型：　$x = \log_e \theta$ とすると $x \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$y_t = a + b\pi_t^*, \quad \pi_t^* = \int_{y=0}^{\infty} \pi(t-\theta) f(\theta) \theta x$$

   θ： 物価上昇が起こってからの経過月数，　$f(\theta)$： 対数正規分布の p.d.f.

   (b) フィッシャーが用いるデータでは，$\mu = \log_e 9.5 = 2.2513$，$\sigma^2 = 0.9056$ のとき相関が最も高い．

この遅れの配分の構造をインパルス応答で表せばつぎのようになる．

物価上昇に対する雇用量のインパルス応答

経過した時間（月）	1	2	3	4	5	$\cdots$	9	10
雇用量の応答（%）	2.5	5.2	6.5	6.9	6.6	$\cdots$	4.7	4.2

これは，物価上昇の影響の 25% が出尽くすのに要する時間が5ヵ月，50% が出尽くすのに要する時間が9.5ヵ月，75% が出尽くすのに要する時間が約18ヵ月ということである．

物価変動による企業収益の変化　この観察事実についてのフィッシャーの説明はつぎのようである．物価が上がると，支出の増加が収入の増加より遅れることから，利潤が増加し企業活動が活発になる．それにともない，雇用も増加する．物価が下がるときはこの逆である．これは利子，賃貸料，雇用報酬等，支出の多くが契約で確定しており，過去の契約の結果を引き継ぐ結果となるからである．貸借契約はかなり長期にわたるものもある．

因果関係がフィリップスの説明と逆である．フィリップスは物価変動が労働需給の変化の結果であると考えているのに対して，フィッシャーは物価変動が雇用変動の原因であると考えている．これは，フィリップスより現代理論に近い見方である．

さらにフィッシャーは，こうした雇用と物価上昇率の関係が必ずしも永続するものではないと考えていると思われる．実際，フィッシャーは次のように書いている．

> In fact, during such periods of rapid inflation, when profits increases because prices for receipts rise faster than expenses, we nickname the profit-taker the "profiteer." Employment is then stimulated — for a time at least.　　Fisher (1973), p. 498.

この点においても，フィッシャー理論は現代理論に近い．実際，物価上昇が一定率で続けば，賃金等も次第にそれと同率で上昇するようになり，インフレーションによる利潤は消滅するであろう．

また，1925年の論文ではつぎのように書いている．

> We have interpreted the high correlation found as indicating a causal relationship. It may also be interpreted as an anticipatory relationship. It may be that a rise in the price level indicates an expectation of better business while a fall indicates an expectation of depression. Probably there is some truth in this view, although it is diminished greatly by the fact that a *general* rise or fall of prices is less apt to be anticipatory than the rise or fall of an individual price relatively to the general level.
>
> Fisher (1925), p. 194.

これは，後のルーカス理論を思わせる．

2.2　サミュエルソンとソロウ

サミュエルソンとソロウは，フィリップスの考えにしたがってアメリカ合衆国について，19世紀末から1950年代にかけての失業率と貨幣賃金率の上昇率の観察を基に，労働生産性の上昇率が2.5 パーセントであるとして，失業率と物価上昇率の関係を示す右下がりの曲線を推定する．この推定では，物価上昇率がゼロとのなる失業率は 5.5 パーセント，失業率 3 パーセントのときの物価上昇率は 4.5 パーセントである．

3　フィリップス曲線の修正

フィリップス，リプシーの分析に基づく失業とインフレーションの理論には，いくつかの難点がある．主なものを挙げればつぎのとおりである．

1. 完全雇用状態でも物価上昇が起こるという観察事実を説明できない．
2. とくに1970年代以降，フィリップス曲線の関係が確定し難くなった．

3.1　修正フリップス曲線

この問題は，物価上昇予想を考慮し，フィリップス曲線をつぎのように修正すると一応解決する．

$$z = \pi^e + \phi(u)$$

ここで π^e は予想物価上昇率である．これを修正フィリップス曲線，あるいは期待拡張フィリップス曲線 expectations-augmented Phillips curve という．修正フィリップス曲線から，閉鎖経済について，つぎのような失業率と物価上昇率が導かれる．

$$\pi = \pi^e + \phi(u) - \lambda$$

この関係は，合理的期待の下で完全雇用が成立することを暗黙に前提としている．

労働生産性の成長がある場合，貨幣賃金率の上昇率自体が

$$z = \pi^e + \phi(u) + \lambda$$

のようになる，つまり $\pi^e = 0$，$u = \bar{u}$ であるときでも，貨幣賃金率は労働生産性の成長率で増大すると考えることもできる．そのとき，物価上昇率と失業率の関係はつぎのようになる．

$$\pi = \pi^e + \phi(u)$$

$\pi = \pi^e + \phi(u)$ であるとき，物価上昇予想が静態的 $\pi^e_t = \pi_{t-1}$ であるとすると，完全雇用失業率はNAIRU（non-accelerating inflation rate of unemployment）となる．実際，この仮定の下で

$$\pi_t = \pi_{t-1} + \phi(u_t)$$

したがって $u_t = \bar{u}$ のとき，そしてそのときのみ，物価上昇は加速も減速もしない．

3.2　ルーカス理論

経済を大きさの等しい k の部分に分け，その第 i 部分を経済 i という．

経済の構造

1. 生産量の変動：　経済 i の期間 t の生産量は

$$y_{it} = y_{nt} + v_{it}$$

のように表される．ここで y_{nt} は k 個の経済に共通の長期趨勢であり，t の関数として $y_{nt} = \alpha + \beta t$ のように表される．v_{it} は長期趨勢からの乖離部分であり

$$v_{it} = \gamma[p_{it} - E(p_t|I_{it})] + \lambda v_{i,t-1}$$

のように定まる．ここで p_{it} は経済 i の物価，p_t は経済全体の物価，I_{it} は経済 i で期間 t までに得られる情報である．経済 i の物価と経済 i で推測される経済全体の物価との差が大きいほど，経済 i の生産量の長期趨勢からの乖離は大きい．

2. 物価の変動

$$p_{it} = p_t + u_i$$

$$p_t \sim N(\bar{p}_t, \sigma^2), \qquad u_i \sim N(0, \tau^2)$$

総供給曲線

1. 予想の修正

$$E(p_t|I_{it}) = (1-\theta)p_{it} + \theta\bar{p}_t, \quad \theta = \frac{\tau^2}{\sigma^2 + \tau^2}$$

2. 物価と生産量

$$y_{it} = y_{nt} + \gamma\theta[p_{it} - \bar{p}_t] + \lambda v_{i,t-1}$$

$$y_t = y_{nt} + \gamma\theta[p_t - \bar{p}_t] + \lambda(y_{t-1} - y_{n,t-1})$$

参考文献

Alban W. Phillips (1958) “The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861–1957.” *Economica* 25: 283–299.

Richard G. Lipsey (1960) “The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1862–1957: A Further Analysis.” *Economica* 27: 1–31.

Irving Fisher (1973) “I Discovered the Phillips Curve.” *Journal of Political Economy* 81: 496–502. Lost and Found. Reprinted from “A Statistical Relation between Unemployment and Price Changes,” Labour Review 13 (1926): 785–792.

Irving Fisher (1925) “Our Unstable Dollar and the So-called Business Cycle.” *Journal of the American Statistical Association* 20: 179–202.

Milton Friedman (1968) “The Role of Monetary Policy.” *American Economic Review* 58: 1–17.

Robert E. Lucas (1973) "Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs." *American Economic Review* 63: 326–334.

Arthur M. Okun (1962) "Potential GNP: Its Measurement and Significance." *Proceedings* of the Business and Economics Statistics Section, American Statistical Association. Reprinted in *Economics for Policymaking.* Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1983.

Paul A. Samuelson and Robert M. Solow (1960) "Analytical Aspects of Anti-Inflation Policy." *American Economic Review* 50, Papers and Proceedings: 177–194.

事後確率分布の計算

ベーズの公式

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$P(A)$，$P(B)$ はそれぞれ A，B の事前確率，$P(A|B)$ は B を観察後の A の事後確率，$P(B|A)$ は B を観察後の A の尤度.

ルーカス・モデルへの応用

1. 問題：　$p_t \sim N(\bar{p}_t, \sigma^2)$，$p_{it} = p_t + u_{it} \sim N(\bar{p}_t, \sigma^2 + \tau^2)$ を既知として，p_{it} を観察後の p_t の事後確率分布を求める.

2. p_{it} を観察後の p_t の尤度関数：　$N(0, \tau^2)$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\tau} \exp\left[-\frac{(p_{it} - p_t)^2}{2\tau^2}\right]$$

3. 事後確率の p.d.f. の指数部分の計算：　$x = p_t - \bar{p}_t$，$y = p_{it} - p_t$ とする.

$$-\frac{x^2}{2\sigma^2} - \frac{y^2}{2\tau^2} + \frac{(x+y)^2}{2(\sigma^2+\tau^2)} = -\frac{(\tau^2 x - \sigma^2 y)^2}{2(\sigma^2+\tau^2)\sigma^2\tau^2} = -\frac{[\theta x - (1-\theta)y]^2}{2\sigma_p^2}$$

$$\theta = \frac{\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}, \quad \sigma_p^2 = \frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}$$

この式に $x = p_t - \bar{p}_t$，$y = p_{it} - p_t$ を代入すると

$$\theta x - (1-\theta)y = p_t - [\theta\bar{p}_t + (1-\theta)p_{it}]$$

4. p_t の事後確率の p.d.f.

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \exp\left[-\frac{(p_t - \mu)^2}{2\sigma_p^2}\right], \qquad \mu = \theta\bar{p}_t + (1-\theta)p_{it}, \quad \sigma_p^2 = \frac{\sigma^2\tau^2}{\sigma^2+\tau^2}$$

時間の遅れの対数正規分布型配分

統計学の基礎

1. 四分位

   $F(x)$ を x の累積分布関数（c.d.f.）とするとき，$F(x_{0.25}) = 0.25$，$F(x_{0.75}) = 0.75$ である $x_{0.25}$，$x_{0.75}$ をそれぞれ**下位四分位** lower quartile，**上位四分位** upper quartile という．

2. 正規分布の四分位

   正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ の下位四分位，上位四分位は，それぞれ $\mu - 0.6745\sigma$，$\mu + 0.6745\sigma$ である．

3. 対数正規分布

   $x = \log z$ であり x の分布が正規分布であるとき，z の分布は**対数正規分布**であるという．そのとき，x の平均を μ，分散を σ^2 とすると，z の平均は $\mu + (1/2)\sigma^2$ となる．

4. 対数正規分布の四分位

   z の分布が対数正規であるとき，x を $x = \log z$ と定義すると $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ である．そこで $\mu = \log z_{0.50}$ とすると

   $$\log z_{0.25} = \log z_{0.50} - 0.6745\sigma, \qquad \text{したがって} \qquad \log \frac{z_{0.50}}{z_{0.25}} = 0.6745\sigma$$

   同様にして

   $$\log \frac{z_{0.75}}{z_{0.50}} = 0.6745\sigma$$

   このことから

   $$\frac{z_{0.50}}{z_{0.25}} = \frac{z_{0.75}}{z_{0.50}}$$

時間の遅れの配分

1. 波及効果の時間構造

   $$y_t = a + bx_t^*$$

   連続型　$x_t^* = \int_0^\infty x(t-\theta)\alpha(\theta)d\theta$

   離散型　$x_t^* = \sum_{\theta=0}^\infty \alpha_\theta x_{t-\theta}$

   $\alpha(\theta)$ あるいは α_θ を**遅れの配分** distribution of time lag という．x の y への影響が時間の経過とともにゼロに収束する場合は,

   $$\int_0^\infty \alpha(\theta)d\theta = 1, \qquad \sum_{\theta=0}^\infty \alpha_\theta = 1$$

   とすることができる．

2. 対数正規型の配分

   $F(z)$ を対数正規分布の c.d.f.，$f(z)$ をその p.d.f. とする．そのとき

$$\alpha(0)=0; \qquad \alpha(\theta)=f(\theta), \qquad \theta>0$$

$$\alpha_0=0; \quad \alpha_\theta=F(\theta)-F(\theta-1), \quad \text{あるいは} \quad \alpha_\theta=\frac{F(\theta+1)-F(\theta-1)}{2}, \quad \theta=1,2,\ldots$$

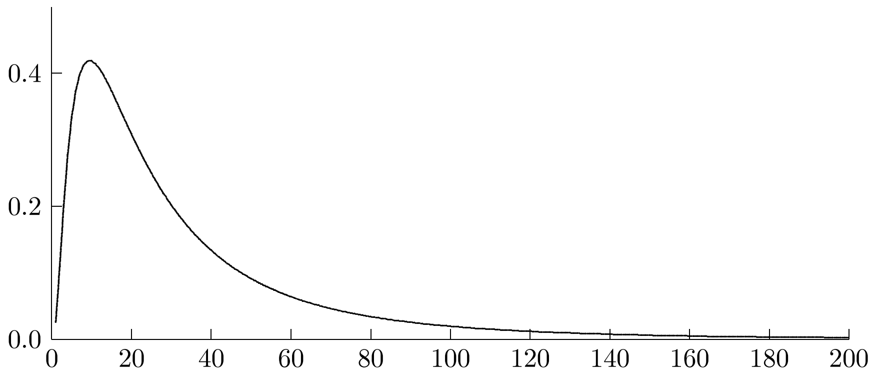
   によって定義される遅れの配分 $\alpha(\theta)$，α_θ を対数正規型配分という．

3. フィッシャーの配分：　$x=\log\theta, \quad x\sim N(\mu,\sigma^2)$

   $\theta_{0.50}=9.5$,　　したがって　　$\mu=\log 9.5=2.2513$

   $\theta_{0.25}=5$,　したがって　$\log(9.5/5)=0.6745\sigma$,　　$\sigma=0.9516$,　$\sigma^2=0.9056$

   $9.5/\theta_{0.75}=5/9.5=0.5263$,　したがって　$\theta_{0.75}=18.05$



取り引きの数量指数

ピアソンズによる

長期趨勢からの乖離の平均

1. 1903年1月 — 1915年12月：

   銑鉄生産量，銀行間決済高，輸入量，主要鉄道収入，雇用

   趨勢からの乖離分を，各系列の標準偏差を用いて基準化したものの単純平均

2. 1915年1月 — 1919年12月：

   銑鉄生産量（1），綿消費量（1），雇用（2），貨物輸送量（2）

   乖離率の加重平均, () 内は加重

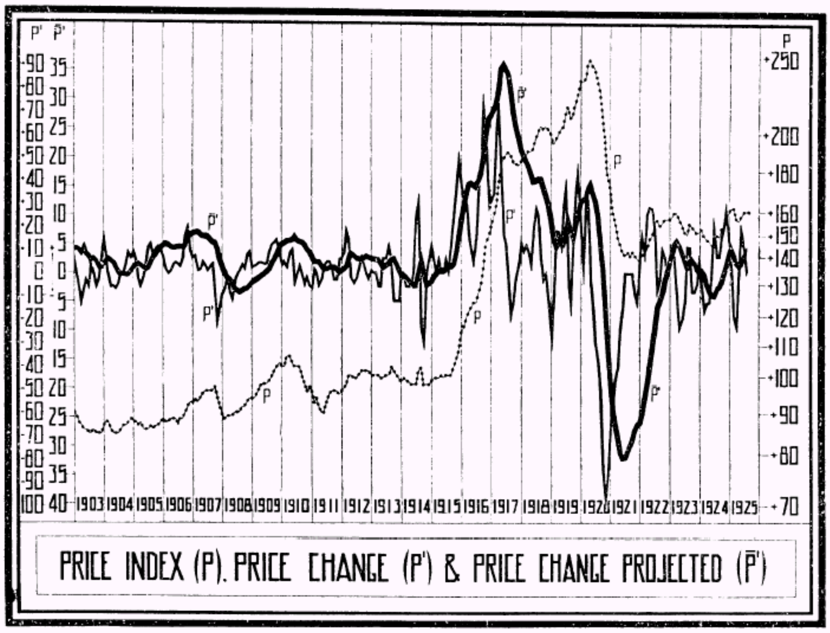
3. 1919年1月 — 1923年 3月：

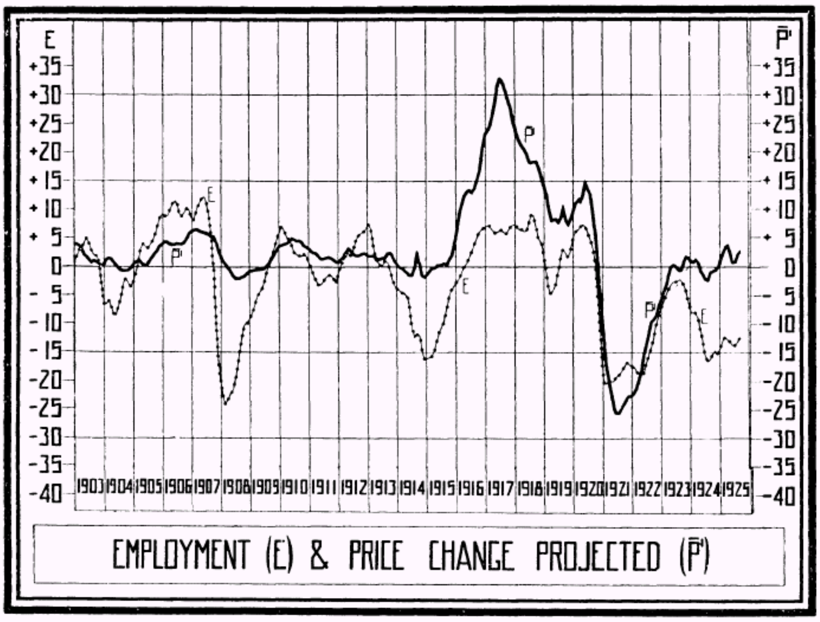
   銑鉄生産量（1），鋼鉄鋳塊生産量（1），綿消費量（1），鉄道貨物輸送量（6），雇用（3）

   乖離率の加重平均, () 内は加重

Warren M. Pearsons (1923) “An Index of Trade for the United States.” *Review of Economic Statistics* 5: 71–78.

Irving Fisher (1973), pp. 500 and 502.





Samuelson and Solow (1960), pp. 188 and 192.

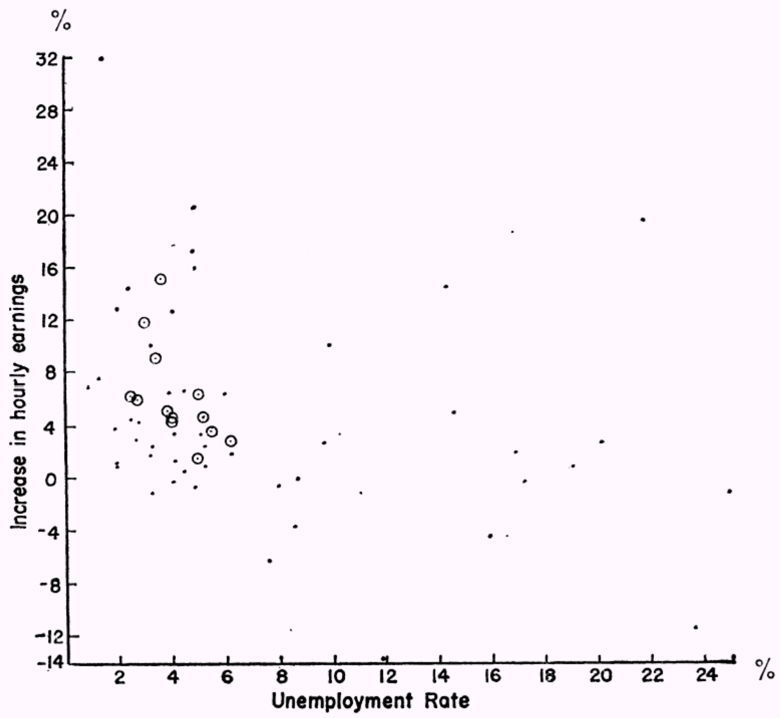


FIGURE 1

PHILLIPS SCATTER DIAGRAM FOR U.S.
(The circled points are for recent years.)

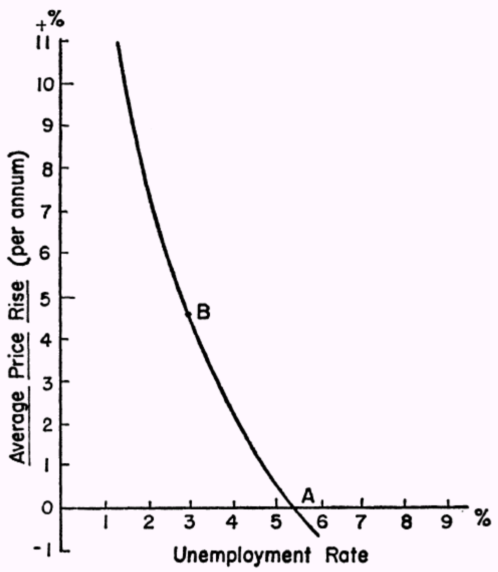
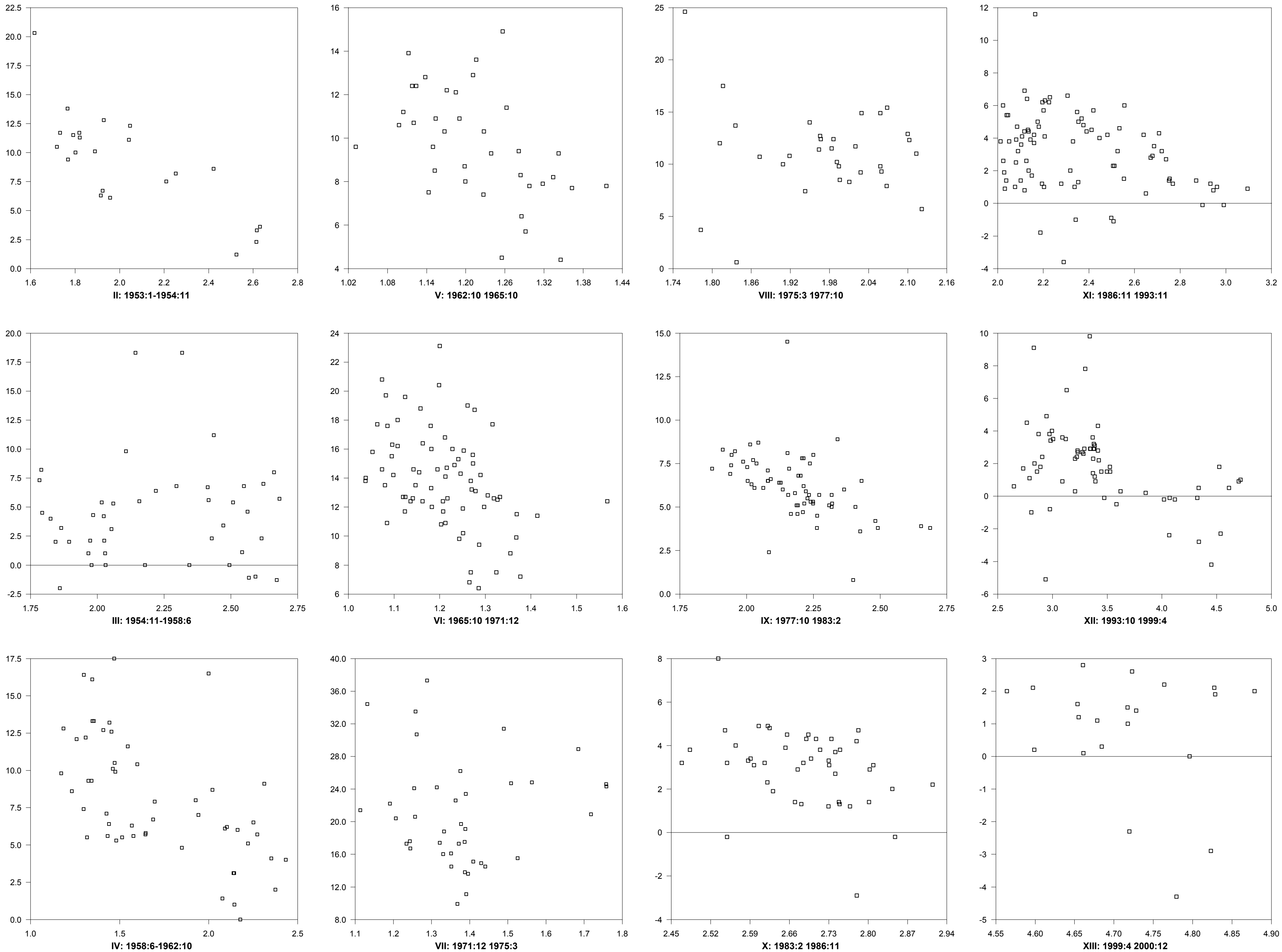


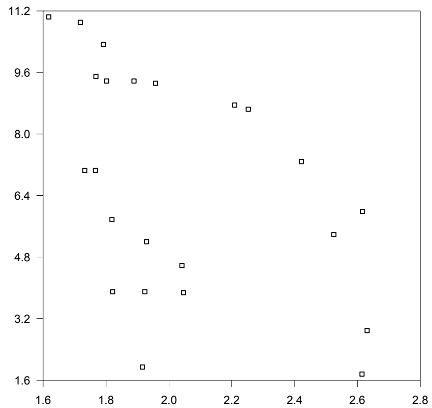
FIGURE 2

MODIFIED PHILLIPS CURVE FOR U.S.
This shows the menu of choice between different degrees of unemployment and price stability, as roughly estimated from last twenty-five years of American data.

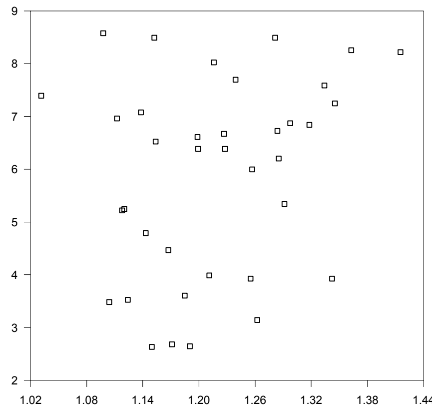
Unemployment and Inflation (Wages in Manufacturing)



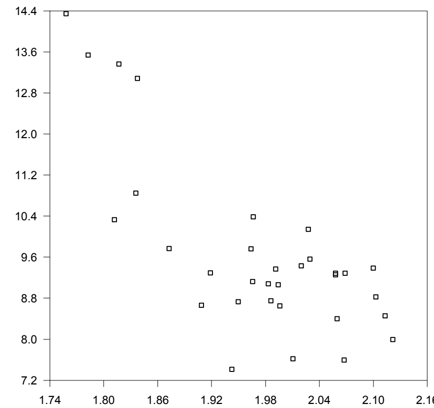
Unemployment and Inflation (CPI)



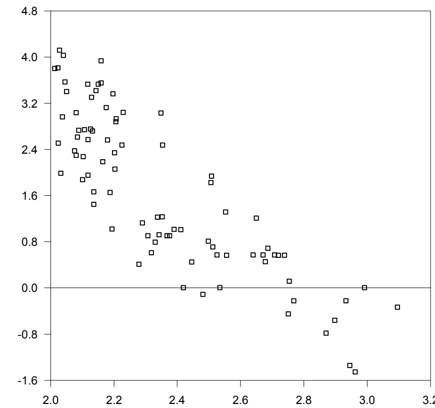
II: 1953:1-1954:11



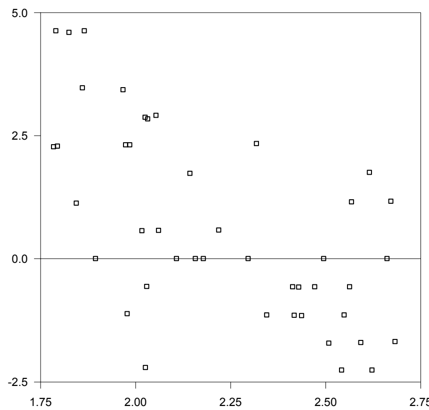
V: 1962:10 1965:10



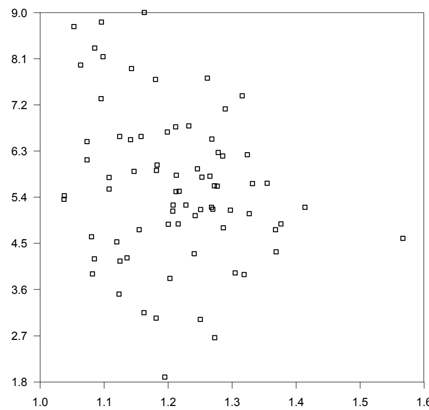
VIII: 1975:3 1977:10



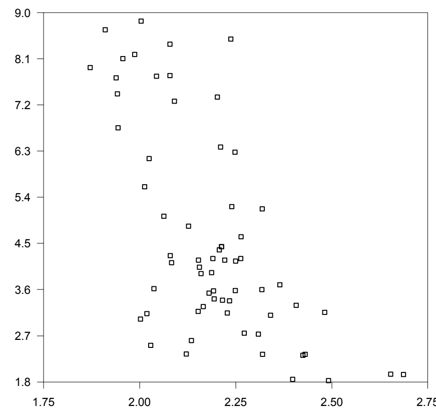
XI: 1986:11 1993:11



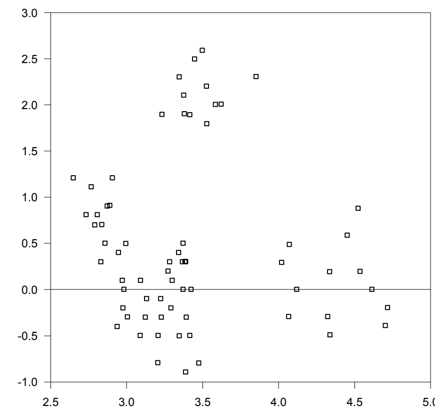
III: 1954:11-1958:6



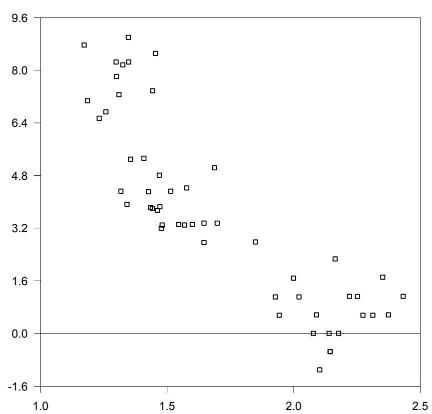
VI: 1965:10 1971:12



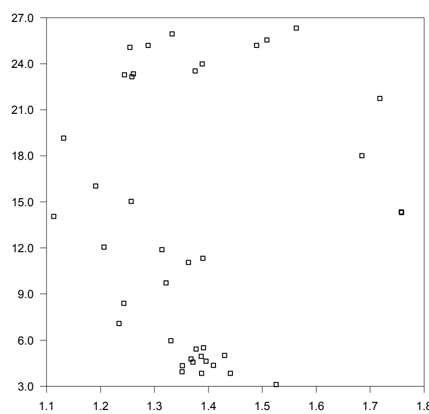
IX: 1977:10 1983:2



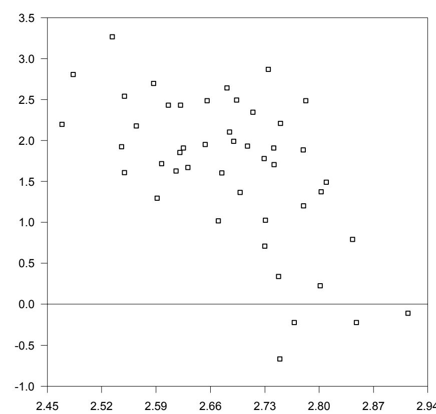
XII: 1993:10 1999:4



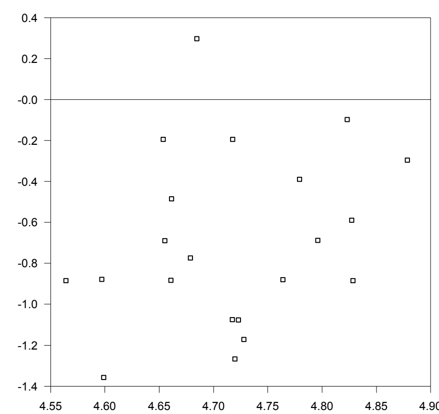
IV: 1958:6-1962:10



VII: 1971:12 1975:3



X: 1983:2 1986:11



XIII: 1999:4 2000:12